

Christiano Corrêa Casanova

**MODELAGEM E COMPENSAÇÃO DE ATRITO EM
ROBÔS MANIPULADORES COM FLEXIBILIDADES
NAS JUNTAS: IDENTIFICAÇÃO, ANÁLISE E
RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

FLORIANÓPOLIS

2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**MODELAGEM E COMPENSAÇÃO DE ATRITO EM
ROBÔS MANIPULADORES COM FLEXIBILIDADES
NAS JUNTAS: IDENTIFICAÇÃO, ANÁLISE E
RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Christiano Corrêa Casanova

Florianópolis, 10 agosto de 2007.

MODELAGEM E COMPENSAÇÃO DE ATRITO EM ROBÔS MANIPULADORES COM FLEXIBILIDADES NAS JUNTAS: IDENTIFICAÇÃO, ANÁLISE E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Christiano Corrêa Casanova

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Controle, Automação e Informática Industrial*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Prof. Dr. Edson Roberto De Pieri - Orientador

Prof. Dr. Ubirajara Franco Moreno - Co-Orientador

Profa. Kátia Campos de Almeida
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Edson Roberto De Pieri
Presidente

Prof. Dr. Ubirajara Franco Moreno

Prof. Dr. Daniel Martins

Prof. Dr. Eugênio de Bona Castelan Neto

Prof. Dr. Marcelo Ricardo Stemmer

À Luciane, aos meus pais Carlos Alberto e Maria Christina e aos meus irmãos Thiago e a Camila

...

AGRADECIMENTOS

À Luciane pela dedicação e compreensão nos momentos difíceis.

Aos meus pais Carlos Alberto e Maria Christina e meus irmãos Thiago e Camila mesmo com a distância vocês foram o meu suporte.

Aos professores Edson de Pieri e Ubirajara Moreno, em agradecimento pela orientação.

Ao pessoal do LAI, Waldoir Júnior, Emerson Raposo, Leonardo Rese.

Ao pessoal do "sindicato do LCMI".

Ao Nardênio Martins, Douglas Bertol e Victor Barasuol pelo apoio no trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

MODELAGEM E COMPENSAÇÃO DE ATRITO EM ROBÔS MANIPULADORES COM FLEXIBILIDADES NAS JUNTAS: IDENTIFICAÇÃO, ANÁLISE E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Christiano Corrêa Casanova

08/2007

Orientador: Edson de Pieri

Co-Orientador: Ubirajara Franco Moreno

Área de Concentração: Controle, Automação e Informática Industrial

Palavras-chave: Robôs Flexíveis, Atrito, Compensação, Controle Não-Linear

Número de Páginas: xiv + 114

Neste trabalho é estudado o problema de controle de posição em robôs manipuladores considerando flexibilidade nas juntas e o atrito relacionado à parte rígida do sistema. Para tal é realizado um estudo aprofundado de modelos dinâmicos de atrito. Nesta dissertação, os modelos de LuGre e *Maxwell-Slip* generalizado (GMS) são analisados e identificados através de metodologias dedicadas para cada caso. Além do estudo dos modelos são desenvolvidos matematicamente dois controladores não-lineares: Controlador em Cascata e Controlador *Backstepping*. Para ambas as técnicas de controle foram realizadas adaptações para incorporar em sua estrutura o modelo do atrito de LuGre e conseqüentemente a compensação do mesmo. Para o Modelo GMS este trabalho introduz uma proposta de adaptação da técnica de controle Cascata para compensação de atrito. Para validação destas teorias foram implementados melhoramentos em uma bancada experimental para este fim. Esta bancada constitui-se de um robô manipulador planar com dois graus de liberdade cujos acoplamentos são flexíveis. Através dos resultados obtidos é verificada a validade dos modelos e teorias utilizados para o problema de seguimento de trajetórias.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

FRICION MODELING AND COMPENSATION IN ROBOT MANIPULATORS WITH FLEXIBLE JOINTS: IDENTIFICATION, ANALYSIS AND EXPERIMENTAL RESULTS

Christiano Corrêa Casanova

08/2007

Advisor: Edson de Pieri

Co-Advisor: Ubirajara Franco Moreno

Area of Concentration: Control, Automation and Industrial Computing

Key words: Flexible Robots, Friction Compensation, Nonlinear Control

Number of Pages: xiv + 114

The objective of this work is the study of position control of robot manipulators. In this case, joints flexibilities and friction effects are considered. Two models to describe this phenomenon were chosen for friction compensation: LuGre and Generalized Maxwell-Slip. These models are identified and mathematically developed. For control purposes two control strategies are presented: Cascade control and Backstepping control. Some modifications to incorporate the estimated dynamics of friction models are realized in both and the mathematical proof of stabilities are presented. With respect to LuGre Model, these control strategies were tested in a planar manipulator prototype robot with two degrees of freedom. The behavior of the Cascade control with GMS model was verified through simulations. The validation of theoretical aspects are verified through the results in this work.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Importância	1
1.2	Problema do Controle	2
1.3	Problema do Atrito	3
1.4	Objetivo da Dissertação	5
1.5	Organização da Dissertação	5
2	Modelo do Robô Manipulador	6
2.1	Desenvolvimento Matemático	6
2.1.1	Modelo do Robô Rígido	6
2.1.2	Propriedades do Modelo	7
2.1.3	Modelo do Robô Flexível	8
2.1.4	Propriedades do Modelo com Juntas Flexíveis	10
3	Problema do Atrito	11
3.1	Características do Atrito	12
3.2	Modelagem do Atrito	14
3.2.1	Modelos Estáticos	14
3.2.2	Modelo de <i>Dahl</i>	16

3.2.3	Modelo de <i>Bristle</i>	17
3.2.4	Modelo de Bliman-Sorine	18
3.2.5	Modelo de <i>Lund-Grenoble</i> (LuGre)	18
3.2.6	Modelo de Leuven	20
3.2.7	Modelo <i>Maxwell Slip</i> Generalizado (GMS)	23
3.3	Identificação dos Parâmetros do Atrito	27
3.3.1	Estimação dos Parâmetros - Modelo LuGre	27
3.3.2	Estimação dos Parâmetros - Modelo GMS	32
3.4	Validação do Modelo	35
3.5	Conclusão	36
4	Projeto de Controladores	37
4.1	Controle em Cascata	37
4.1.1	Modelo do Controle em Cascata Baseado na Passividade - LuGre	38
4.1.2	Modelo do Controle em Cascata Baseado na Passividade - GMS	46
4.2	Controlador <i>Backstepping</i> Integrador	56
4.2.1	Primeiro Passo	57
4.2.2	Segundo Passo	58
4.2.3	Terceiro Passo	61
4.2.4	Quarto Passo	63
4.3	Conclusão	64
5	Bancada Experimental	65
5.1	Protótipo	65
5.1.1	Estrutura Mecânica	66

5.1.2	Atuadores	67
5.1.3	Encoders Ópticos	68
5.2	Unidade de Processamento	68
5.2.1	Scilab/Scicos	69
5.3	Modelo do Robô	72
5.3.1	Parâmetros do Manipulador	73
5.4	Conclusão	75
6	Resultados	76
6.1	Experimentais	77
6.1.1	Controle Cascata - LuGre	77
6.1.2	Controle <i>Backstepping</i> - LuGre	85
6.2	Simulação	93
6.2.1	Controle Cascata - Modelo GMS	93
6.3	Conclusões	96
7	Conclusões e Perspectivas	97
7.1	Conclusões	97
7.2	Perspectivas	99
A	Definições Básicas	101
A.1	Teorema de Gershgorin	101
A.2	Teorema de Rayleigh-Ritz	101
B	Propriedade	102
B.1	Passividade no modelo do Robô Rígido	102

C	Dados do Experimento	104
C.1	Placa de Aquisição	105
C.2	Motores	105
C.2.1	Interface Motores	106
C.2.2	Identificação dos Parâmetros	107
C.3	Interface dos Encoders	108

Lista de Figuras

1.1	Esquema do Experimento	2
2.1	Esquemático do Robô Rígido	7
2.2	Esquemático do Robô Flexível	9
3.1	Comportamento do Presliding	12
3.2	Comportamento da Força de Ruptura (<i>Break-away</i>)	13
3.3	Comportamento do Atraso por Fricção	13
3.4	Comportamento da Transição	14
3.5	Modelos Clássicos de Atrito	15
3.6	Modelagem da superfície de contato do modelo de <i>Bristle</i>	17
3.7	Modelagem da superfície de contato de LuGre	19
3.8	Estrutura do Modelo de <i>Maxwell Slip</i>	22
3.9	Caracterização da Superfície de Contato	24
3.10	Estrutura do Modelo <i>Maxwell Slip</i> Generalizado	25
3.11	Ensaio de velocidade constante para levantamento da curva de <i>Stribeck</i>	28
3.12	Ensaio de velocidade constante para levantamento da curva de <i>Stribeck</i>	28
3.13	Ensaio de velocidade constante para levantamento da curva de <i>Stribeck</i>	29
3.14	Ensaio de velocidade constante para levantamento da curva de <i>Stribeck</i>	29

3.15	Curva de <i>Stribeck</i> para o elo 1	30
3.16	Curva de <i>Stribeck</i> para o elo 2	31
3.17	Força de Atrito no Pré-deslizamento	32
3.18	Identificação dos parâmetros k_{1i} e α_{1i}	33
3.19	Identificação dos parâmetros k_{2i} e α_{2i}	34
3.20	Validação de Lugre e GMS para o Elo 1	36
4.1	Estrutura em Blocos da Interconexão entre Subsistemas	38
5.1	Desenho esquemático da estrutura mecânica	66
5.2	Desenho esquemático da estrutura mecânica	67
5.3	Fluxograma de execução das funções computacionais	70
5.4	Rtai-Lib: Blocos originais juntamente com os personalizados	71
5.5	Scicos	71
5.6	Estrutura e Parâmetros do Robô	72
6.1	Protótipo do Robô com Juntas Flexíveis	77
6.2	Controle Cascata sem Compensação - Trajetória Elo 1	80
6.3	Controle Cascata sem Compensação - Trajetória Elo 2	80
6.4	Controle Cascata com Compensação - Trajetória Elo 1	81
6.5	Controle Cascata com Compensação - Trajetória Elo 2	81
6.6	Erros no Seguimento de Trajetória	82
6.7	Controle Cascata sem Compensação - Trajetória Senoidal para elo 1	83
6.8	Controle Cascata sem Compensação - Trajetória Senoidal para elo 2	83
6.9	Controle Cascata com Compensação - Trajetória Senoidal para elo 1	84
6.10	Controle Cascata com Compensação - Trajetória Senoidal para elo 2	84

6.11 Erros de Trajetória	85
6.12 Controle <i>Backstepping</i> sem Compensação - Trajetória Polinomial para elo 1	87
6.13 Controle <i>Backstepping</i> sem Compensação - Trajetória Polinomial para elo 2	88
6.14 Controle <i>Backstepping</i> com Compensação - Trajetória Polinomial para elo 1	88
6.15 Controle <i>Backstepping</i> com Compensação - Trajetória Polinomial para elo 2	89
6.16 Erros de Trajetória	89
6.17 Controle <i>Backstepping</i> sem Compensação - Trajetória Senoidal para elo 1	90
6.18 Controle <i>Backstepping</i> sem Compensação - Trajetória Senoidal para elo 2	90
6.19 Controle <i>Backstepping</i> com Compensação - Trajetória Senoidal para elo 1	91
6.20 Controle <i>Backstepping</i> com Compensação - Trajetória Senoidal para elo 2	91
6.21 Erros de Trajetória	92
6.22 Controle <i>Backstepping</i> sem Compensação - Trajetória para elo 1	94
6.23 Controle <i>Backstepping</i> sem Compensação - Trajetória para elo 2	94
6.24 Controle <i>Backstepping</i> com Compensação - Trajetória para elo 1	95
6.25 Controle <i>Backstepping</i> com Compensação - Trajetória para elo 2	95
6.26 Erros de Trajetória	96
 C.1 Sistema Robótico - RoboFlex	 105
C.2 Esquemático do Circuito de Interface dos Atuadores	106
C.3 Identificação do parâmetro K_t - Motor 1	107
C.4 Identificação do parâmetro K_t - Motor 2	108
C.5 Esquemático do Circuito de Interface dos Encoders	109

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros da curva de <i>Stribeck</i>	31
3.2	Parâmetros dos blocos elementares do modelo <i>Maxwell-Slip</i> generalizado	34
3.3	Parâmetros do modelo <i>Maxwell-Slip</i> generalizado	35
5.1	Encoders Instalados	68
5.2	Parâmetros Nominais dos Motores	74
6.1	Ganhos do Controlador Cascata	79
6.2	Ganhos dos Controladores	79
6.3	Ganhos do Controlador <i>Backstepping</i>	87
6.4	Erro Médio Quadrático - MSE	92
6.5	Ganhos do Controlador Cascata - GMS	93
C.1	Parâmetros Nominais dos Motores	106
C.2	Parâmetros Nominais dos Motores	107

Capítulo 1

Introdução

*He who loves practice without theory is like the sailor who boards ship without a rudder
and compass and never knows where he may cast.*

Leonardo da Vinci (1452 - 1519)

1.1 Importância

Nas últimas décadas as pesquisas na área da robótica têm sofrido um forte crescimento. Grande parte deste crescimento se deve ao aumento da demanda de aplicações das mais diversas, como por exemplo, aeroespacial, medicina, utensílios domésticos, usinagem, etc (Hirzinger *et al.*, 2001). Diferentemente dos robôs tradicionais construídos para serem rígidos, o que acarreta peso elevado e a necessidade de atuadores mais potentes, novas estruturas estão sendo desenvolvidas para se sobrepor a estas desvantagens e permitir movimentos mais rápidos e precisos com menor consumo de energia, reduzindo os custos de operação. Entretanto, com a utilização de estruturas mais leves outros efeitos indesejáveis podem ser ampliados, entre estes, por exemplo, a flexibilidade. Seja em transmissões elásticas, seja em elos com materiais flexíveis, a elasticidade presente pode acarretar erros de posicionamento, ressonâncias torsionais e instabilidade. Apesar do interesse e das diferentes aplicações possíveis para os manipuladores com flexibilidade nos elos, neste trabalho o enfoque será dado aos robôs com flexibilidades nas juntas.

Além da dinâmica da flexibilidade, o atrito também tem sido o foco de pesquisas recentes (Guenther *et al.*, 2006; Hornstein, 2005; Kermani *et al.*, 2005). O entendimento deste fenômeno tem originado modelos cada vez mais detalhados. A partir destes modelos, técnicas de controle estão

sendo formuladas e reformuladas para proporcionarem um desempenho, para os sistemas dinâmicos de interesse, ainda mais adequado e preciso.

Dois principais objetivos motivam o desenvolvimento deste trabalho: fazer a integração entre os estudos mais recentes de modelos de atrito, considerando para isto um sistema com o efeito significativo da flexibilidade. Para esta integração são realizadas análises de modelos de atrito juntamente com adaptações possíveis para incorporação das informações deste fenômeno em controladores para solução do problema de seguimento de trajetória (Guenther *et al.*, 2006; Ramirez, 2003).

Além das análises desenvolvidas, são realizados experimentos para identificação e validação dos fundamentos teóricos. Para tal, foi instrumentada uma bancada experimental (esquema na Figura 1.1), onde estão implementadas as interfaces com o robô manipulador planar com dois graus de liberdade e acoplamentos flexíveis utilizados nos experimentos.

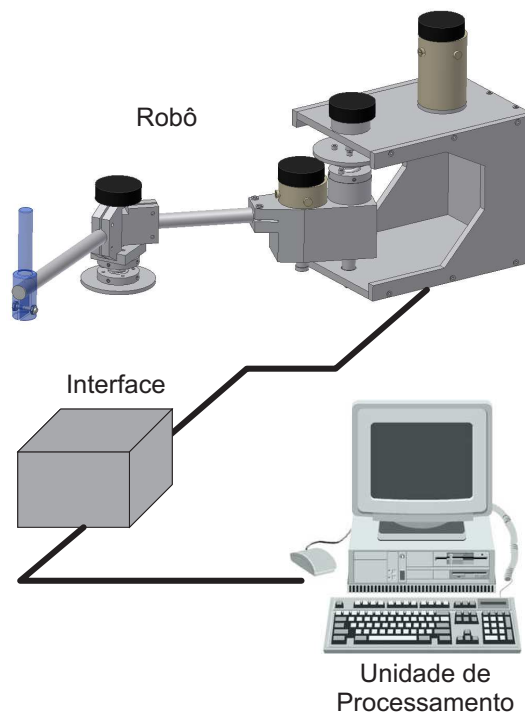


Figura 1.1: Esquema do Experimento

1.2 Problema do Controle

Nas últimas três décadas, os estudos de dinâmicas não modeladas em robôs manipuladores sofreram diversos avanços. Entre estes, a flexibilidade presente nas juntas é um dos exemplos. Em

(Spong, 1987b) é apresentada uma proposta para o modelo simplificado do sistema robótico considerando a elasticidade nas juntas. Com o aumento dos graus de liberdade, a complexidade do problema de controle é aumentada, e muitas vezes a não consideração da dinâmica da flexibilidade pode acarretar em efeitos indesejáveis. Com isso, técnicas tradicionais, antes projetadas para robôs rígidos, não podem ser diretamente aplicadas a robôs flexíveis (Canudas De Wit *et al.*, 1996). Desta forma metodologias de controle sofreram adaptações com a incorporação da dinâmica rápida (Readman, 1994) relacionada à flexibilidade.

Em (Spong, 1987b; Tomei, 1991) controladores PD (Proporcional-Derivativo) e realimentação linearizante foram propostos para referência ponto-a-ponto e seguimento de referência. Com o objetivo da solução do problema de seguimento de trajetória a técnica *Backstepping* foi utilizada em (Brogliato *et al.*, 1995; Jong e Lee, 1997). Através da consideração dos aspectos físicos a metodologia *Energy shaping* apresenta as trocas de energia do sistema e com isso pode-se obter uma lei de controle para seguimento de referência (Casanova *et al.*, 2006).

Com as análises de robustez (Abouelsoud, 1998; Wang e Khorrami, 2000) apresentam *Backstepping* considerando somente a realimentação das coordenadas dos elos. Também considerando somente a medição das posições dos elos, (Battilotti e Lanari, 1995) apresenta um controlador linear para o problema de referência.

Com o objetivo de projetar controladores menos susceptíveis a variações paramétricas, principalmente no que se refere à rigidez do acoplamento, controladores adaptativos apresentam-se como uma solução. Este conceito por sua vez, está incorporado em controladores tradicionais como nos controladores em Cascata e de estrutura variável (Guenther e Hsu, 1993), no controlador *backstepping* em (Brogliato *et al.*, 1995) e no controlador baseado em passividade em (Benallegue, 1995).

1.3 Problema do Atrito

Com o fenômeno do atrito desempenhando um papel muito importante na dinâmica de sistemas mecânicos, a compensação do mesmo se torna primordial. Seja em aplicações que envolvem alta precisão e movimentos rápidos quanto o seguimento de velocidade em sistemas contendo servomecanismos pesados e lentos, a determinação das dinâmicas envolvidas é uma necessidade. Diversos modelos de atrito têm sido desenvolvidos para descrever este fenômeno de maneira cada vez mais completa. Desde a apresentação de *Dahl* (Dahl, 1968) de um modelo dinâmico sistemático contendo o comportamento de Coulomb e algumas características do pré-deslizamento, passando por Bliman e Sorine (Bliman e Sorine, 1991) acrescentando conceitos do efeito de *Stribeck*, estes consolidados

com LuGre (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995) e, nos últimos anos, conceitos de histerese no regime de pré-deslizamento com Leuven e *Maxwell-Slip* Generalizado (Lampaert *et al.*, 2003; Swevers *et al.*, 2000), os estudos de modelos têm evoluído, incorporando efeitos cada vez mais complexos nos modelos matemáticos do atrito.

No que diz respeito à compensação de atrito em robôs manipuladores, diversas aplicações foram desenvolvidas a partir da utilização do modelo de LuGre (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995). Em (Vargas, 2005) são aplicados diversos controladores em conjunto com um observador de atrito descrito em (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995). Em diversos casos a presença do atrito é dedicada aos atuadores. Em (Lischinsky *et al.*, 1999) é apresentada a identificação dos parâmetros e compensação do atrito em um robô industrial hidráulico. Em (Guenther *et al.*, 2006) é proposto um controlador em Cascata com a estrutura do modelo de LuGre para um robô pneumático.

Até o presente momento ainda não há um consenso sobre o modelo dinâmico de robôs manipuladores com flexibilidade nas juntas considerando a dinâmica do atrito em sua estrutura. Em (Lozano *et al.*, 1999) é proposto um controlador PD considerando flexibilidade, dinâmica nos atuadores e atrito, tanto nos elos como nos rotores. Em (Gomes e Santos da Rosa, 2003) é proposto um modelo para o atrito em atuadores do tipo *Harmonic-Drive*, considerando o termo do atrito no sistema do rotor. Em (ElMaraghy *et al.*, 2002), é apresentado um controle robusto linear, onde na dinâmica do robô flexível é considerada uma parcela do atrito no subsistema do elo e outra no subsistema do rotor e ambas baseadas no efeito de *Stribeck* no regime permanente. Em (Albu-Schäffer, 2001) é implementado um controle por realimentação de estados com compensação de atrito clássico, sendo este considerado no subsistema dos rotores. Em (Ramirez, 2003) é aplicado o controlador em Cascata com o modelo de atrito de LuGre, onde é considerado atrito no subsistema dos elos. Em (Jeon e Tomizuka, 2005) é realizado o estudo de ciclos-limites em um sistema com um elo, sendo considerado o atrito nos dois subsistemas.

Recentes estudos, (Lampaert *et al.*, 2003), apontam para modelos mais detalhados e motivados fisicamente. Com o objetivo de agregar informações ao projeto de controladores, novas estratégias são propostas e outras adaptadas (Nilkhamhang e Sano, 2006). Nesta dissertação dá-se continuidade a este ciclo de estudos através de uma proposta de controladores baseados no modelo matemático de robôs manipuladores com flexibilidade nas juntas agregando diferentes modelos para a compensação de atrito e realizando testes experimentais para validação dos modelos propostos.

1.4 Objetivo da Dissertação

O presente trabalho trata do controle de seguimento de trajetória considerando para isto a flexibilidade nas juntas e o fenômeno do atrito na dinâmica rígida do sistema. Desta forma, o enfoque da dissertação é a implementação e verificação prática de dois modelos de atrito para o desenvolvimento de duas estratégias de controle de seguimento de trajetória. Para a validação prática, um dos objetivos é a estruturação de uma bancada experimental, que possui como partes integrantes os equipamentos de interfaceamento, sistema operacional de tempo real, robô manipulador de juntas flexíveis com dois graus de liberdade e a programação dos algoritmos de controle.

1.5 Organização da Dissertação

No capítulo 2 são tratados os aspectos da dinâmica de robôs manipuladores rígidos e flexíveis. Entre estes está a verificação das propriedades de cada um dos sistemas.

No capítulo 3 são descritas as características das propriedades do fenômeno do atrito e o equacionamento matemático envolvido. Entre os modelos apresentados estão o modelo de LuGre, Leuven e *Maxwell-Slip* Generalizado. Além disso, são aplicados diferentes procedimentos para identificação dos parâmetros destes modelos, isto para validação através de resultados práticos.

No capítulo 4 são apresentados os desenvolvimentos matemáticos para as estratégias de controle em Cascata e *Backstepping*, sendo estas adaptadas para compensação do atrito no problema de seguimento de trajetória. Entre os modelos de atrito utilizados nestas técnicas estão o LuGre e o GMS.

No capítulo 5 é descrita detalhadamente a bancada experimental utilizada. Além disso, são apresentadas as partes que constituem o sistema de controle completo.

Para validação dos aspectos teóricos relatados nos capítulos anteriores, no capítulo 6 são apresentados os resultados práticos e simulações dos controladores aplicados no sistema robótico de interesse.

Finalmente no capítulo 7 são apresentadas as conclusões do trabalho, bem como as perspectivas futuras para continuidade desta área de pesquisa.

Capítulo 2

Modelo do Robô Manipulador

2.1 Desenvolvimento Matemático

Este capítulo tem como objetivo apresentar o sistema robótico utilizado no trabalho através do desenvolvimento das equações matemáticas que rege o seu movimento. Para isto é realizada uma análise do comportamento dinâmico das partes que compõem o manipulador.

Neste caso o robô manipulador de interesse é um sistema com elos rígidos e juntas flexíveis. Para análise deste sistema, primeiramente, é considerado o sistema rígido, isto é, com total transmissão de movimento das juntas em relação aos elos. Em um segundo momento analisa-se o modelo do sistema incorporando-se a flexibilidade nas juntas à dinâmica do robô, resultando em um modelo matemático de maior dimensão. Para ambos os sistemas são considerados, por simplicidade, que todas as juntas são de revolução e diretamente atuadas através de um motor CC (corrente contínua).

Como reforços para aplicação das técnicas de controle são apresentadas as propriedades consideradas para cada um dos modelos. Através das análises dos sistemas apresentam-se quais propriedades estruturais do modelo rígido são mantidas para o modelo flexível, com a consideração da dinâmica rápida relacionada à flexibilidade (Readman, 1994).

2.1.1 Modelo do Robô Rígido

O modelo do robô rígido assume que tanto os elos quanto os acoplamentos entre os atuadores e os elos são perfeitamente rígidos. Na figura 2.1 está apresentado um diagrama esquemático para uma junta rotacional. Neste caso, F_{ae} e F_{am} representam as forças de atrito envolvidas nas dinâmicas

dos elos e dos rotores respectivamente, N é a relação de transmissão entre o eixo do rotor e o eixo de rotação do elo, M e J são as inércias dos elos e dos rotores e q_1 e q_2 as posições dos elos e dos rotores.

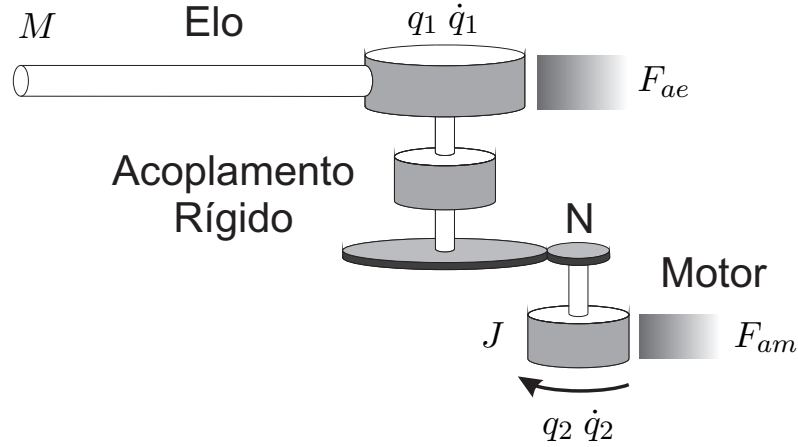


Figura 2.1: Esquemático do Robô Rígido

O desenvolvimento matemático detalhado das equações diferenciais do movimento de robôs manipuladores rígidos está consolidada na literatura, como em (Asada e Slotine, 1986; Burton, 1994; Lewis e Dawson, 1993; Sciavicco e Siciliano, 1996; Spong e Vidyasagar, 1989). De forma geral, é utilizada a equação (2.1) para representar o manipulador como um conjunto de n elos rígidos conectados entre si por juntas de rotação ou translação igualmente rígidas:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u \quad (2.1)$$

onde q é o vetor de n coordenadas generalizadas (deslocamentos angulares no caso de juntas rotacionais e deslocamentos lineares de juntas prismáticas), $M(q)$ é a matriz simétrica definida positiva $n \times n$ de inércia do conjunto dos elos, $C(q, \dot{q})\dot{q}$ é o vetor de n torques centrífugos e de Coriolis, $G(q)$ é o vetor de n torques gravitacionais e u é o vetor de n torques aplicados nas juntas do robô.

2.1.2 Propriedades do Modelo

Para o projeto de controladores de robôs manipuladores são consideradas as seguintes propriedades do sistema (Spong, 1990):

- **Propriedade 1:** Para o robô do modelo, equação (2.1), existe uma entrada de controle independente para cada grau de liberdade.

- **Propriedade 2:** A dinâmicas apresentada na equação (2.1) define um mapa passivo $u \rightarrow \dot{q}$ entre o torque de entrada e a velocidade do elo. O desenvolvimento matemático desta propriedade está apresentado no anexo B.1.
- **Propriedade 3:** Para uma determinada escolha de $C(q, \dot{q})$ na equação (2.1) a matriz

$$\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$$

é anti-simétrica (Spong e Vidyasagar, 1989). A demonstração desta propriedade está descrita em Slotine e Li (1991).

- **Propriedade 4:** As equações de movimento (2.1) são lineares de acordo com um conjunto de parâmetros adequadamente definido.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = u$$

2.1.3 Modelo do Robô Flexível

Na Figura 2.2 é apresentado um digrama esquemático do robô com flexibilidade nas juntas, onde q_1 e q_2 representam, respectivamente, os ângulos do elo e os ângulos da junta, as coordenadas generalizadas do sistema. A flexibilidade na junta é modelada através de uma mola linear torsional e denotada por K uma matriz diagonal com coeficientes de rigidez. Os rotores são considerados cilindros uniformes, tais que a energia gravitacional do sistema seja independente da posição. A inércia do atuador é representada pela matriz diagonal constante J , considerando-se desta forma que as forças de inércia e reação independem da velocidade e aceleração do rotor. Neste caso, F_{ae} e F_{am} representam as forças de atrito envolvidas nas dinâmicas dos elos e dos rotores respectivamente e N é a relação de transmissão entre o eixo do rotor e o eixo de rotação do elo.

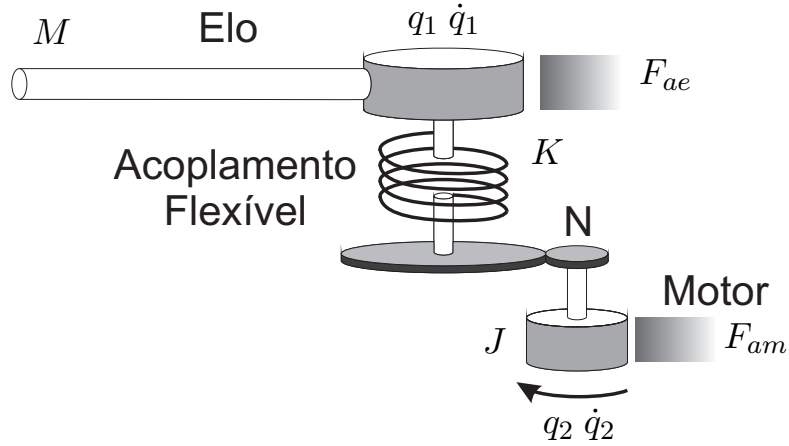


Figura 2.2: Esquemático do Robô Flexível

Conforme a consideração de que os elos são rígidos e de que os atuadores são acoplados elasticamente aos elos é introduzido um grau de liberdade adicional a cada junta, sendo necessários $2n$ coordenadas generalizadas para descrever o movimento do robô. Para definição do modelo a ser utilizado, recorre-se as hipóteses propostas por (Spong, 1987a), que além de uma simplificação do modelo, propicia o desacoplamento entre a dinâmica dos elos e a dinâmica dos rotores.

Hipóteses:

- A energia cinética do rotor é devida principalmente pela sua própria rotação. O movimento do rotor é puramente de rotação em relação ao sistema inercial;
- A inércia do par rotor/transmissão é simétrica ao eixo de rotação do rotor tal que o potencial gravitacional do sistema e também a velocidade do centro de massa do rotor são ambos independentes da posição do rotor.

A primeira hipótese, segundo (Spong, 1987a), é justificada para uma grande parcela de robôs, desde que, de maneira simplificada, termos da ordem $1/N$ sejam desprezíveis, onde $N : 1$ são as relações de transmissão. Assim, segundo (Spong, 1987a), as equações dinâmicas do robô com juntas flexíveis podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + K(q_1 - q_2) &= 0 \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) &= u \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.1.4 Propriedades do Modelo com Juntas Flexíveis

Comparando-se os dois modelos, equações (2.1) e (2.2), percebe-se que o segundo tende ao primeiro quando a rigidez da mola tende ao infinito. Além disso, é possível manter algumas propriedades da dinâmica do robô rígido descritas anteriormente para o caso do robô com juntas flexíveis (Spong, 1987a).

Entre as propriedades dinâmicas do robô rígido que são mantidas para o robô com flexibilidade nas juntas, comentadas anteriormente, são as propriedades da anti-simetria de $\dot{M} - 2C$ e a da linearidade nos parâmetros. Entretanto o mesmo não é possível para as propriedades 1 e 2. A propriedade 1 não se mantém, visto que para o robô com juntas flexíveis enquanto existem n entradas de controle, existem $2n$ graus de liberdade. Com isso, as estratégias de controle obtidas para os robôs rígidos com base no princípio da dinâmica inversa não pode ser aplicado diretamente aos flexíveis. Assim o sistema aumenta em complexidade, por se tratar de um sistema subatuado.

Para a propriedade 2, o mapa da entrada do torque para velocidade do elo não é passivo no caso de juntas flexíveis pelo fato do sistema ser não-colocado em relação as variáveis de entrada e saída, tendo isto consequências diretas para estabilidade das leis de controle (Spong, 1990).

Capítulo 3

Problema do Atrito

O atrito tem características relevantes em diversos sistemas de controle. Em consequência do atrito podem ocorrer erros de seguimento, surgimento de ciclos-limites e movimentos *adere-desliza* indesejáveis (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995). O fenômeno do atrito ocorre entre duas superfícies que estão em contato e possuem movimento relativo. Além do campo da tribologia, onde a origem do atrito é um dos assuntos principais, outras áreas de pesquisa buscam a modelagem e o entendimento das dinâmicas envolvidas neste fenômeno, isto se deve em grande parte ao aumento crescente da demanda por processos industriais mais precisos tanto em sistemas de posicionamento quanto em rastreamento.

Nos robôs, o atrito pode se apresentar, por exemplo, nas transmissões, nos rotores, cilindros pneumáticos ou hidráulicos, sensores de posição ou torque, rolamentos, freios, contato das ferramentas ou efetuator final, etc. Assim, o atrito continua sendo um dos grandes problemas a ser entendido e estudado. Neste sentido, diversos trabalhos têm surgido com diferentes técnicas de compensação baseadas em modelo com o objetivo de reduzir seus efeitos através de uma representação mais fiel do seu comportamento dinâmico (Armstrong-Hélouvry *et al.*, 2003; Canudas-De-Wit *et al.*, 1995; Gomes e Santos da Rosa, 2003; Kermani *et al.*, 2005). Através das técnicas baseadas em modelo é possível prever e compensar os efeitos do atrito, analisar estabilidade, prever ciclos limites, ajustar os ganhos dos controladores, etc.

Neste trabalho são apresentados dois sistemas de compensação de atrito baseados em modelo que reproduzem uma boa parte dos comportamentos não-lineares. Para caracterização do atrito são definidos dois regimes de trabalho:

1. **Regime Pré-deslizamento:** forças de aderência são dominantes, tais que as forças de atrito

tendem a ser preferencialmente em função do deslocamento do que da velocidade. Isto porque as junções formadas pelo contato entre duas superfícies deformam-se elasto-plasticamente comportando-se como molas não-lineares. Com o aumento do deslocamento, mais e mais junções quebram ocorrendo assim um eventual deslocamento geral, sendo este fenômeno definido como *break-away* (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995). Este fenômeno, por sua vez, depende basicamente das diversas características de contato e da textura das superfícies.

2. **Regime Deslizamento:** Após a quebra de todas as junções, as superfícies deslizam entre si e a força de atrito passa a ser mais fortemente dependente da velocidade.

3.1 Características do Atrito

O comportamento do atrito tem sido extensivamente estudado nos últimos tempos. Através do desenvolvimento de experimentos dedicados e considerações de contorno estabelecidas têm-se como objetivo a captura dos comportamentos envolvidos (Olsson *et al.*, 1998). A seguir é apresentado, não de forma completa, mas com o objetivo de ilustração, parte dos aspectos que constituem o fenômeno do atrito.

1. **Pré-deslizamento (*pre-sliding*):** Em deslocamento muito pequenos, verifica-se a dependência na forma de histerese da força de atrito em relação ao deslocamento, figura 3.1. A curva da força de atrito em função do deslocamento é independente da velocidade do sinal de posição aplicado.

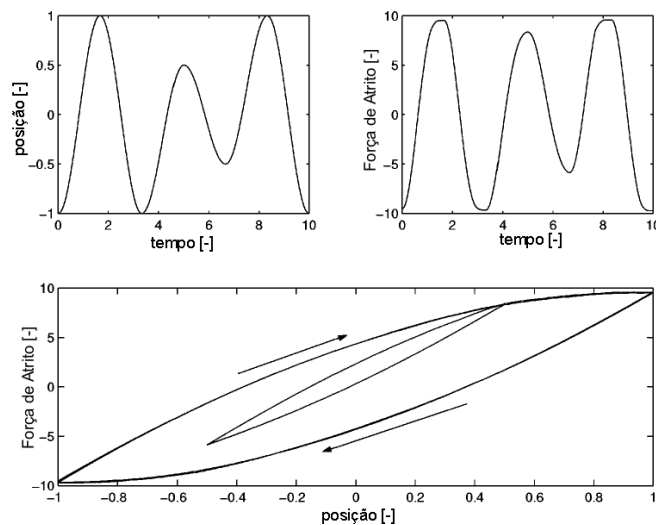


Figura 3.1: Comportamento do Presliding

2. **Efeito de *Stribeck***: Para baixas velocidades, este efeito descreve-se como a redução contínua da força de atrito com o aumento de velocidade.
3. **Força de Ruptura (*Break-Away*)**: É a força necessária para sobrepor o atrito estático e iniciar o movimento, conforme mostrado na figura 3.2.

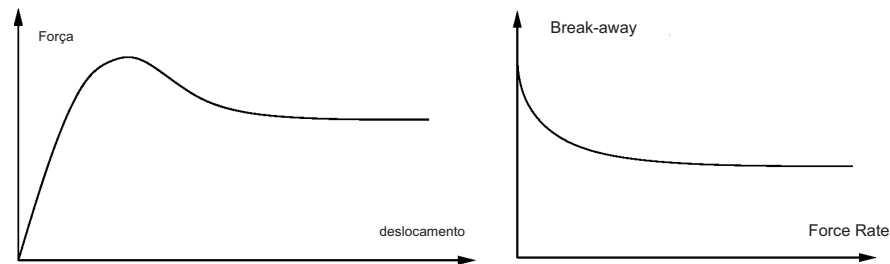


Figura 3.2: Comportamento da Força de Ruptura (*Break-away*)

4. **Atraso de Fricção (*Frictional lag*)**: é o comportamento do atrito quando variada a velocidade em uma única direção. Este apresenta uma relação de histerese entre a força de atrito e a velocidade. Isto se deve à existência de um atraso entre a variação da velocidade e a variação da força de atrito, onde a força de atrito é menor para velocidades decrescentes do que para crescentes. O ciclo da histerese se torna mais largo em variações maiores de velocidade (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995).

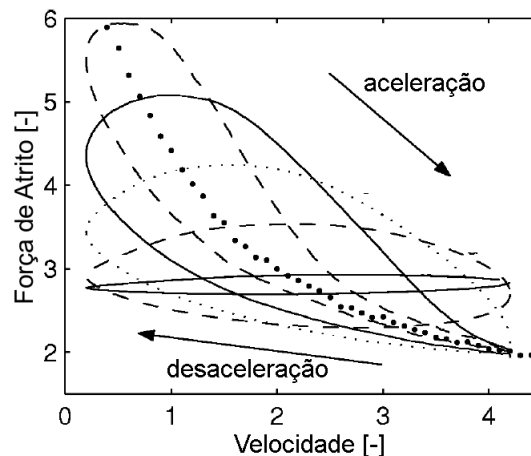


Figura 3.3: Comportamento do Atraso por Fricção

5. **Transição entre Regimes**: Este é o comportamento correspondente à transição do regime de pré-deslizamento para o regime de deslizamento e vice-versa. Estas transições ocorrem basicamente

mente em duas situações. A primeira nas reversões de velocidade, isto é, quando a velocidade aproxima-se de zero e a direção do movimento muda e todas as asperezas ativas serão relaxadas e novamente tencionada em uma nova direção do deslocamento. A segunda ocorre com o aumento da força de atrito até alcançar a força de ruptura. Neste instante o sistema está em puro deslizamento e a força de atrito é atraída para a curva de regime permanente (efeito de *Stribeck*). Este comportamento é ilustrado na figura 3.4.

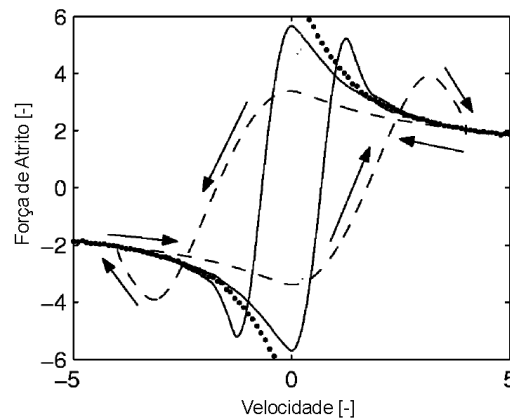


Figura 3.4: Comportamento da Transição

3.2 Modelagem do Atrito

Entre os modelos mais utilizados para a compensação do atrito estão os modelos clássicos, como o de atrito de Coulomb e viscoso. Estes modelos quando submetidos a aplicações com alta precisão e baixa velocidade apresentam um desempenho insatisfatório (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995). Fenômenos que ocorrem nas baixas velocidades e nas reversões de movimento não são satisfatoriamente descritos. Assim com a demanda por sistemas mais precisos os estudos em relação aos aspectos dinâmicos do atrito foram intensificados.

A seguir são mencionados os principais e mais comumente utilizados modelos de atrito encontrados na literatura.

3.2.1 Modelos Estáticos

Os modelos estáticos do atrito são geralmente mapas entre a velocidade e a força de atrito. São os ditos modelos estáticos, aqueles que não apresentam em sua estrutura alguma equação diferencial

nem variável de estado. Estes modelos descrevem os aspectos do fenômeno do atrito sob algum ponto de vista. Na Figura 3.5 são apresentados alguns dos modelos estáticos clássicos de atrito (Olsson *et al.*, 1998).

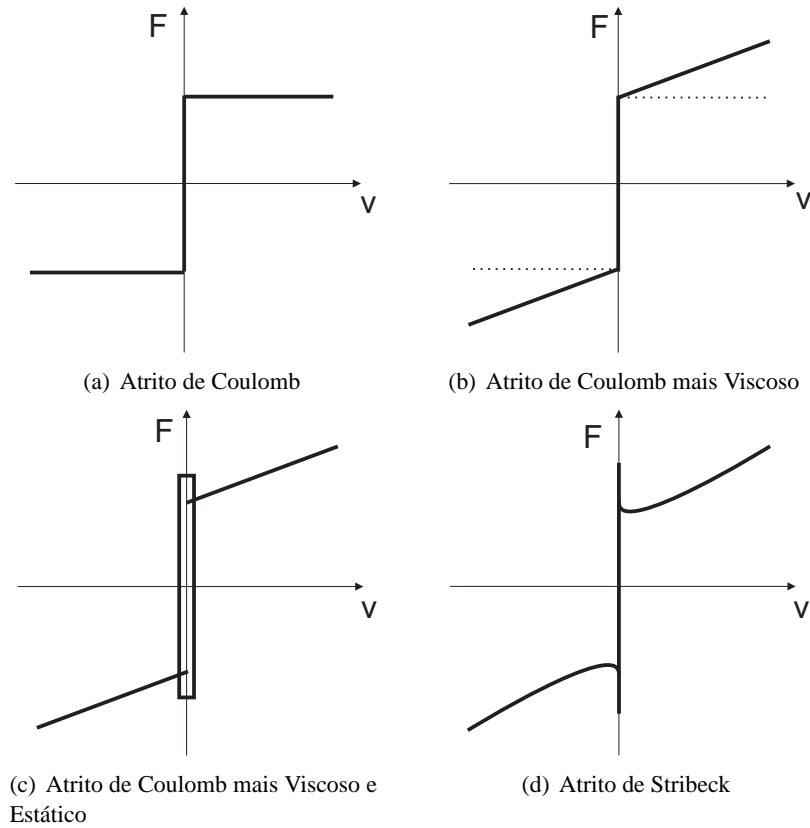


Figura 3.5: Modelos Clássicos de Atrito

A figura 3.5(a), é apresentado o modelo de atrito de Coulomb, cuja idéia principal é que o atrito se opõe ao movimento e que sua magnitude é independente da velocidade e da área de contato, equação (3.1). Para este modelo, a definição do valor da força de atrito em velocidade zero depende de como a função sinal (*sign*) está definida.

$$F_f = F_c \text{sign}(v) \quad (3.1)$$

onde F_f é a força de atrito, F_c é o coeficiente de Coulomb e v é a velocidade.

Na figura 3.5(b) mostra a combinação entre o atrito de Coulomb e o atrito viscoso. A força de atrito viscoso é normalmente descrita como

$$F_f = \sigma_2 v \quad (3.2)$$

onde σ_2 é o coeficiente de atrito viscoso.

Com o modelo do atrito estático (*Stiction = Static Friction*), a força de atrito é descrita no repouso, tendo sua intensidade maior que a intensidade do atrito de Coulomb (Figura 3.5(c)). Entretanto, no repouso o atrito não pode ser modelado em função somente da velocidade, mas sim utilizando-se uma força externa F_e da seguinte maneira:

$$F_f = \begin{cases} F_e & \text{se } v = 0 \text{ e } |F_e| < F_s \\ F_s \text{sign}(F_e) & \text{se } v = 0 \text{ e } |F_e| \geq F_s \end{cases} \quad (3.3)$$

onde F_s é o coeficiente de atrito estático.

Na Figura 3.5(d) é acrescentado aos outros modelos o efeito de *Stribeck*. Este considera que a força de atrito não decresce de forma descontínua como na Figura 3.5(c), mas sim através de uma dependência com a velocidade. A descrição geral deste último modelo é verificada através da equação (3.4).

$$F_f = \begin{cases} g(v) & \text{se } v \neq 0 \\ F_e & \text{se } v = 0 \text{ e } |F_e| < F_s \\ F_s \text{sign}(F_e) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.4)$$

onde a função $g(v)$ é a função de *Stribeck*, definida conforme:

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(v/v_s)^\delta} + \sigma_2 \quad (3.5)$$

onde v_s é a velocidade de *stribeck*.

3.2.2 Modelo de *Dahl*

Com o objetivo de descrever características dinâmicas do fenômeno do atrito. *Dahl* propôs um modelo que reúne a característica do atrito de Coulomb com o comportamento dinâmico de pré-deslizamento (Olsson *et al.*, 1998). Através de uma equação diferencial, equação (3.6), *Dahl* modelou a curva tensão-deformação (*Stress-Strain*), onde a força de atrito aumenta gradativamente até que a ruptura ocorra (Olsson *et al.*, 1998).

$$\frac{dF_f}{dq} = \sigma \left(1 - \frac{F_f}{F_c} \text{sign}(v) \right)^\alpha \quad (3.6)$$

onde F_f é a força de atrito, σ é o coeficiente rigidez, α é o parâmetro que determina a forma da curva de atrito pelo deslocamento, comumente utilizado igual a 1, F_c é a força de atrito de Coulomb e q é

posição. O modelo é definido com a derivada da equação (3.6) em relação ao tempo e a definição da força de atrito como $F_f = \sigma z$, onde a variável de estado é definida como:

$$\frac{dF_f}{dt} = \sigma v - \sigma \frac{F_f}{F_c} |v| \quad (3.7)$$

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma |v|}{F_c} z \quad (3.8)$$

3.2.3 Modelo de *Bristle*

Com o objetivo de capturar o comportamento microscópico entre duas superfícies em contato, Haessig e Friedland propuseram o modelo de hastes *Bristle Model*. Na figura 3.6 é apresentada a estrutura à qual baseia-se o modelo. Este modelo consiste em definir um número de pontos de contatos e suas localizações de forma aleatória. Cada um destes pontos é suposto ligado por hastes flexíveis, onde com o movimento relativo os esforços nas hastes aumentam e estas se comportam como molas resultando na força de atrito.

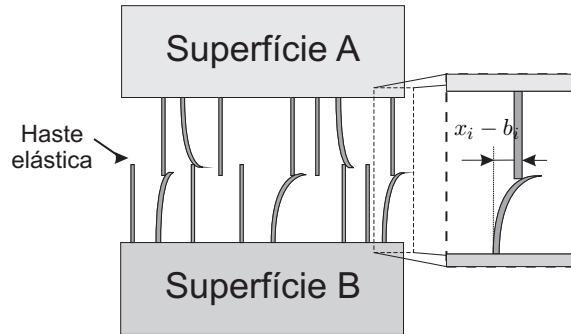


Figura 3.6: Modelagem da superfície de contato do modelo de *Bristle*

Assim a equação que descreve a dinâmica do modelo de hastes é dada por:

$$F_f = \sum_{i=1}^N \sigma_0 (x_i - b_i) \quad (3.9)$$

onde N é o número de hastes, σ_0 é a rigidez das hastes, x_i a posição relativa das hastes e b_i a localização de ligação da haste i . A partir do momento que o deslocamento $x_i - b_i$ alcança um valor δ_s a ligação é quebrada e uma nova é formada.

3.2.4 Modelo de Bliman-Sorine

Com base no modelo de *Dahl*, Bliman e Sorine propuseram um modelo dependente do sinal da velocidade relativa e de uma variável de estado s definida por:

$$s = \int_0^t |v(\tau)| d\tau \quad (3.10)$$

onde s é definida como deslocamento absoluto relativo (Iurian *et al.*, 2005).

O modelo de Bliman-Sorine generaliza o modelo de *Dahl* para obter o efeito de *Stribeck*. Com a substituição do tempo pela variável de estado s na equação (3.7).

$$\frac{dF_f}{ds} |v(t)| = \sigma_0 \left(v - \frac{F_f}{F_c} \text{sign}(v)v \right) \quad (3.11)$$

$$\frac{dF_f}{ds} = -\sigma_0 \frac{F_f}{F_c} + \sigma_0 \text{sign}(v) \quad (3.12)$$

onde a equação (3.12) é um sistema linear de primeira ordem se $\text{sign}(v)$ é considerada como entrada. Com este sistema de primeira ordem, nem o comportamento do atrito estático (*stiction*) nem o pico de atrito na força de ruptura estão descritos (Olsson *et al.*, 1998). Assim, Bliman e Sorine propuseram um modelo de segunda ordem.

$$\frac{d^2 F_f}{ds^2} + 2\zeta\omega \frac{dF_f}{ds} + \omega^2 F_f = \omega^2 F_c \text{sign}(v) \quad (3.13)$$

Este modelo pode ser visto como a conexão paralela de dois modelos de *Dahl*, um rápido e outro lento. Entretanto, através do sistema de segunda ordem se descreve o efeito de *Stribeck* somente de forma parcial, representando o transitório mas não se obtendo em regime permanente a relação entre a velocidade e a força de atrito representada na equação (3.5).

3.2.5 Modelo de *Lund-Grenoble* (LuGre)

Nesta seção são descritos os elementos essenciais que formam o modelo de LuGre. Este modelo apresentado em (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995), trata-se de uma extensão da técnica proposta por Dahl (Dahl, 1968), onde está incluído o efeito de *Stribeck* para as características do atrito em regime permanente.

Na figura 3.7 está ilustrada a forma com que são modeladas duas superfícies em contato. Do ponto de vista microscópico, duas superfícies irregulares fazem contato através de um número de

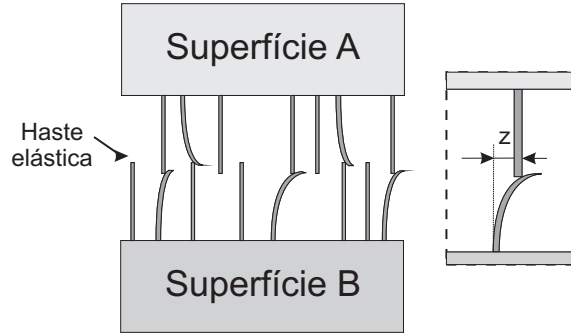


Figura 3.7: Modelagem da superfície de contato de LuGre

asperezas. Desta forma, este modelo considera dois corpos rígidos que fazem contato através de hastes elásticas. Estas hastes opõem-se umas as outras. A força de atrito que cada haste contribui é assumida como proporcional à tensão em cada haste. Quando esta tensão excede certo valor, a união entre as hastes é quebrada. Assim, antes da ocorrência desta quebra, a força de atrito não está somente relacionada à velocidade, mas também relacionada à posição. Esta dependência pode ser descrita pelo modelo de histerese proposto por (Dahl, 1968). Ao considerar-se que na interface de atrito entre duas superfícies existe o contato entre estas hastes, o modelo de LuGre introduz uma variável de estado não mensurável z que modela a deflexão média das hastes z . Assim,

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} z \quad (3.14)$$

onde v é a velocidade relativa entre as superfícies. Através do primeiro termo da equação (3.14) é dado à deformação média das hastes um fator de proporcionalidade à integral da velocidade relativa e um segundo termo assegura que z se aproxima de um valor $z_{ss} = v/|v|g(v) = g(v)\text{sign}(v)$ quando v for constante. A função $g(v)$ acrescentada, que descreve os efeitos de *Stribeck*, é positiva e depende basicamente das propriedades do material, lubrificação e temperatura. Uma parametrização que descreve o efeito de *Stribeck* é:

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(|v|/v_s)^\delta} \quad (3.15)$$

onde F_c é a força de atrito de Coulomb, F_s é a força de atrito estático, v_s é a velocidade de *Stribeck* e δ é um parâmetro de formatação da curva. Assim $g(v)$, tal que $(\infty > F_s \geq g(v) \geq F_c > 0)$ descreve parte das características em regime permanente para movimentos com velocidades constantes e $\dot{z} = 0$.

Com estes conceitos consolidados, a força de atrito é descrita como:

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (3.16)$$

onde σ_0 é o coeficiente de rigidez das deformações microscópicas de z , σ_1 é o coeficiente de amortecimento associado a dz/dt e σ_2 é o coeficiente de atrito viscoso.

O modelo de LuGre é um dos modelos de compensação de atrito a ser usado neste trabalho. Para a obtenção dos parâmetros envolvidos neste modelo são utilizados diferentes experimentos dedicados. Estes estão descritos detalhadamente na seção 3.3.

3.2.6 Modelo de Leuven

Nesta seção uma outra proposta para descrever o comportamento do fenômeno do atrito é apresentada. O modelo de Leuven desenvolvido por (Swevers *et al.*, 2000) propõe algumas modificações ao modelo de LuGre (seção 3.2.5). Este modelo descreve o comportamento do regime de pré-deslizamento, como o comportamento de uma função histerese $F_h(z)$ com memória não-local. Segundo (Swevers *et al.*, 2000), um comportamento de histerese com memória não-local é definido como uma relação entrada-saída, para a qual a saída em qualquer instante de tempo não só depende da saída em algum instante passado de tempo, mas também da entrada até então, bem como de valores extremos de entrada e saída. Esta é a principal diferença entre os modelos de Leuven e LuGre, sendo que no regime de deslizamento apresentam as mesmas propriedades. Como em LuGre, é definida uma variável de estado z que representa a deformação média da aspereza das superfícies de contato, ou seja,

$$\frac{dz(t)}{dt} = v \left(1 - \text{sign} \left(\frac{F_h(z)}{s(v)} \right) \left| \frac{F_h(z)}{s(v)} \right|^n \right) \quad (3.17)$$

onde $s(v)$ é uma função que modela o comportamento da força de atrito em velocidade constante e é dada por:

$$s(v) = \text{sign}(v)(F_c + (F_s - F_c)e^{-(|v|/v_s)^\delta}) \quad (3.18)$$

Assim a força de atrito F_f é definida como:

$$F_f = F_h(z) + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v(t) \quad (3.19)$$

onde σ_1 e σ_2 , conforme mostrado para o modelo de LuGre, são, respectivamente, amortecimento relacionado a dz/dt e coeficiente de atrito viscoso. Desta forma, tanto o modelo de LuGre e o modelo Leuven são parecidos em sua estrutura, a não ser pelo fato de que o regime de pré-deslizamento no modelo de Leuven é modelado como a função histerese $F_h(z)$.

Caso a implementação fosse realizada desta forma, estas equações poderiam levar a uma di-

visão por zero, no caso da velocidade relativa $v(t)$ ser zero, fazendo com que uma instabilidade numérica ocorresse. Entretanto, através de um rearranjo nas equações é possível contornar tal situação realizando uma ligação ainda maior do modelo de Leuven com o de Lugre. Através da verificação de similaridade entre $s(v)$ e a função $g(v)$ descrita pela equação (3.15) no modelo de Lugre é verificado que:

$$s(v) = \text{sign}(v)g(v) \quad (3.20)$$

e sendo $g(v)$ estritamente positiva, as identidades

$$\begin{aligned} |s(v)| &= g(v) \\ \text{sign}(s(v)) &= \text{sign}(\text{sign}(v)g(v)) = \text{sign}(v) \end{aligned} \quad (3.21)$$

mantêm-se através de uma manipulação algébrica do conjunto de equações originais (3.17)-(3.19), resultando em:

$$\frac{dz(t)}{dt} = v - \text{sign}(F_h(z))|v|\frac{|F_h(z)|^n}{g(v)^n} \quad (3.22)$$

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(|v|/v_s)^\delta} \quad (3.23)$$

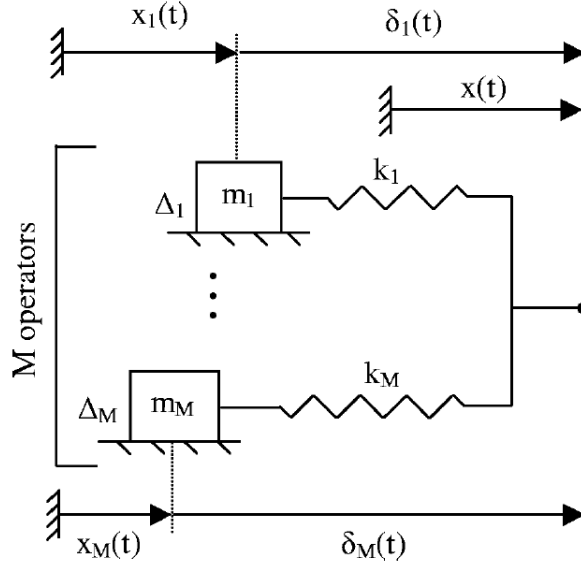
$$F_f = F_h(z) + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (3.24)$$

Para a implementação da função histerese, diversos métodos podem ser encontrados na literatura (Lampaert *et al.*, 2002b; Mayergoyz, 1991; Swevers *et al.*, 2000). Neste trabalho, como em (Lampaert *et al.*, 2002b), foi implementado o Modelo de *Maxwell Slip* para descrição da função histerese $F_h(t)$. A estrutura deste modelo é apresentada na Figura 3.8.

Neste modelo, a função histerese é descrita através da utilização de M elementos elasto-plásticos em paralelo. Cada i -ésimo elemento tem uma entrada em comum $z(t)$ e uma saída $F_{b_i}(t)$ e cada elemento é caracterizado por sua própria deflexão máxima Δ_i , constante linear da mola k_i e uma variável de estado $z_i(t)$. A variável de estado $z_i(t)$ descreve a posição do i -ésimo elemento. Cada elemento não possui massa, acarretando assim uma relação estática entre a força $F_{b_i}(t)$ e o deslocamento relativo $\delta_i(t)$. O desenvolvimento matemático destas variáveis é descrito por (Rizos e Fassois, 2004), onde define-se o deslocamento relativo para cada elemento como:

$$\delta_i(t) = z(t) - z_i(t), \text{ com } |\delta_i(t)| \leq \Delta_i, \quad \forall i = 1, \dots, M$$

Para deformações da mola menores, em amplitude, que Δ_i o elemento correspondente **adere** ($|\delta_i(t)| < \Delta_i$), caso contrário **desliza** ($|\delta_i(t)| = \Delta_i$). Todo sistema adere (*regime de pré-deslizamento*) se e somente se ao menos um elemento adere e, o sistema desliza se e somente se todos

Figura 3.8: Estrutura do Modelo de *Maxwell Slip*

elementos deslizam. Assim, enquanto o i -ésimo elemento adere, δ_i varia proporcionalmente a $z(t)$, em contrapartida quando ele desliza, mantém-se ao seu máximo valor (Δ_i). Este comportamento é apresentado na equação (3.25) como:

$$\frac{d\delta_i(t+1)}{dt} = \begin{cases} \frac{dz(t)}{dt} & \text{Regime Adere} \\ 0 & \text{Regime Desliza} \end{cases} \quad (3.25)$$

Através da aplicação do método de diferenciação em avanço sobre a equação (3.25) obtém-se:

$$\delta_i(t+1) = \begin{cases} \text{sign}[z(t+1) - z(t) + \delta_i(t)] \cdot |z(t+1) - z(t) + \delta_i(t)| & (\text{Regime Adere}) \\ \text{sign}[\delta_i(t)] \cdot \Delta_i & (\text{Regime Desliza}) \end{cases} \quad (3.26)$$

Após a verificação das equações de estado envolvidas, o modelo de *Maxwell Slip* determina a força de atrito de pré-deslizamento $F_h(t)$, como a soma das forças de todos os elementos:

$$F_h(t) = \sum_{i=1}^M k_i \delta_i(t) \quad (3.27)$$

Com a definição da força de histerese, a força de atrito, equação (3.24), está completamente determinada. Neste caso os parâmetros σ_1 e σ_2 são iguais aos considerados no modelo de LuGre. Para os

parâmetros k_i , é analisado o sistema no regime de pré-deslizamento. Sendo o número de elemento determinado através do comprometimento entre a complexidade de processamento e a precisão desejada para descrição da histerese.

O modelo de Leuven não será utilizado nas implementações práticas a serem apresentadas no capítulo 6, entretanto este modelo foi apresentado pois facilita a compreensão do modelo de *Maxwell Slip* Generalizado a ser estudado a seguir.

3.2.7 Modelo *Maxwell Slip* Generalizado (GMS)

Como uma terceira proposta de modelo estudada neste trabalho, é apresentado o Modelo *Maxwell Slip* Generalizado (Lampaert *et al.*, 2003). Este consiste em, a partir da motivação física envolvida na dinâmica do atrito, formular um modelo heurístico que concentre o maior número de fenômenos, sendo ao mesmo tempo apropriado para proposta de controladores. Neste modelo são descritas além dos regimes de pré-deslizamento e deslizamento e o efeito de *Stribeck*, também as propriedades do atraso de fricção, força de ruptura (*Break-away*), sem-flutuação (*non-drifting*). O modelo de *Maxwell Slip* Generalizado surge a partir da formulação de um modelo genérico para dinâmica da força de atrito seco (Al-Bender *et al.*, 2004a) baseado nos aspectos físicos. Este possui como componentes básicos duas categorias: mecanismo do atrito e a dinâmica do contato entre superfícies. A primeira descreve os mecanismos envolvidos no atrito, entre estes o arraste entre superfícies ásperas, a adesão dada por variadas fontes e as perdas por histerese devido às deformações das superfícies. A segunda trata dos eventos que ocorrem no nível da aspereza das superfícies, com a transformação de duas superfícies flexíveis de contato em um conjunto de elementos massa-mola, os quais possuem seu próprio perfil de contato. Na figura 3.9 é apresentada a estrutura na qual é baseada o modelo e onde estão descritas as três situações de contato entre duas superfícies rugosas. No caso (i) não existe contato entre as superfícies e as molas não apresentam qualquer tipo de deformação. Em (ii), ocorre o contato e a deformação correspondente é função do deslocamento relativo. Em (iii), ocorre a perda de contato e a energia acumulada na deformação é perdida.

Este modelo genérico do atrito é baseado nos aspectos físicos apresenta a desvantagem de exigir um suporte computacional elevado. De acordo com (Lampaert *et al.*, 2003) seria necessário, no mínimo 1000 elementos modelados para se obter sinais suaves. Entretanto, a partir deste modelo complexo computacionalmente, é proposto o modelo de *Maxwell Slip* Generalizado (GMS) como uma solução validada pelo modelo genérico e ao mesmo tempo sendo apropriado para controle. Assim o GMS baseia-se nos resultados deste modelo genérico do atrito e na formulação geral de modelos

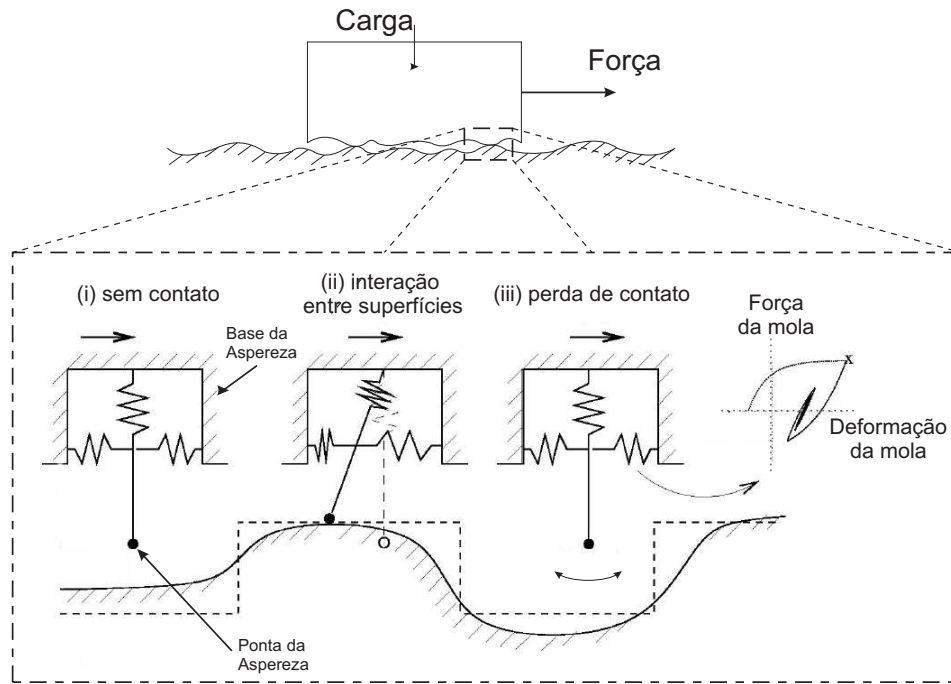


Figura 3.9: Caracterização da Superfície de Contato

heurísticos de atrito (Al-Bender *et al.*, 2004b). O GMS consiste basicamente em três propriedades do atrito:

1. O Efeito de *Stribeck* para velocidades constantes;
2. Função de histerese com memória não-local no regime de pré-deslizamento;
3. Atraso de fricção no regime de deslizamento.

Cabe uma comparação com relação aos outros modelos apresentados neste trabalho. No GMS são incorporados alguns conceitos apresentados tanto em LuGre quanto em Leuven com algumas modificações. Do modelo de LuGre são utilizados os conceitos do regime de deslizamento, sendo este adaptado para descrever o fenômeno do atraso de fricção de forma explícita. E do modelo de Leuven é utilizado o conceito do modelo de *Maxwell Slip* para modelar o comportamento no regime de pré-deslizamento. Além destes fatores é considerada a estrutura do modelo de LuGre para integração de ambos os regimes em um só modelo, sendo para tal esta incorporada a cada bloco elementar de atrito (Al-Bender *et al.*, 2004b).

Descrição do Modelo

O modelo consiste de N modelos elementares de um sistema bloco-mola (bloco sem massa) em paralelo, cuja entrada de todos os blocos é a velocidade v (figura 3.10). A saída deste modelo é o somatório de todas as forças individuais F_{b_i} . A dinâmica destes blocos elementares segue as

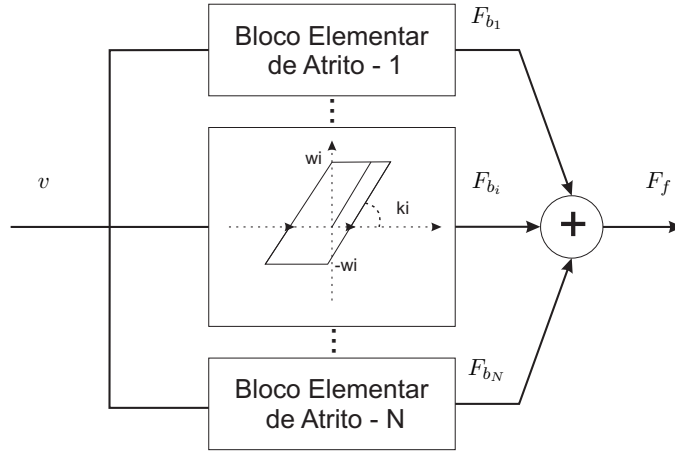


Figura 3.10: Estrutura do Modelo *Maxwell Slip* Generalizado

seguintes regras:

- Se o bloco elementar adere (*stick*), a equação de estado é dada por

$$\frac{dF_{b_i}}{dt} = k_i v \quad (3.28)$$

e este bloco permanece aderindo até $|F_{b_i}| > \alpha_i s_i(v)$.

- Se o bloco elementar desliza, a equação de estado é dada por

$$\frac{dF_{b_i}}{dt} = \text{sign}(v) C \left(\alpha_i - \frac{F_{b_i}}{s_i(v)} \right) \quad (3.29)$$

e este permanece deslizando até que a velocidade passe por zero.

onde k_i é a rigidez da aspereza, C é uma constante relacionada com a dinâmica do atraso de fricção. Para facilitar a identificação deste modelo é considerado $s_i(v) = s(v)$ acarretando com isso a seguinte condição:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$$

Com isso a força de atrito é dada pela soma das saídas dos N blocos elementares mais um termo responsável pela parcela do atrito viscoso:

$$F_f(t) = \sum_{i=1}^M F_{b_i}(t) + \sigma_2 v \quad (3.30)$$

onde σ_2 é o coeficiente do atrito viscoso.

Com a definição do modelo GMS são descritas a seguir suas propriedades (Al-Bender *et al.*, 2005):

- Força de atrito é uma função contínua no tempo;
- A parte não viscosa da força de atrito é limitada pela força de atrito estático F_s ;
- O modelo é dissipativo. No regime adere o sistema se comporta como uma mola linear que é marginalmente dissipativa. No regime desliza a força de atrito e a velocidade possui o mesmo sinal e são diferentes de zero resultando em um processo dissipativo.

A seguir, são utilizadas as teorias de funções de Lyapunov para mostrar que dados parâmetros limitados, então a F_{b_i} será limitada. Neste sentido é apresentado o Lema 3.2.1 como prova da limitação, sendo esta propriedade utilizada para prova da estabilidade do controlador em Cascata projetado no capítulo 4.

Lema 3.2.1 *Assumindo que todos os parâmetros são limitados, a força de atrito associada a cada bloco elementar também será limitada.*

Prova: Definindo-se a função candidata de Lyapunov como:

$$V_i = \frac{1}{2} F_{b_i}^2 \quad (3.31)$$

onde a derivada de V_i calculada é

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= F_{b_i} \dot{F}_{b_i} \\ &= F_{b_i} C \left(\alpha_i \text{sign}(v) - \frac{F_{b_i}}{s(v)} \right) \\ &= C |F_{b_i}| \text{sign}(F_{b_i}) \text{sign}(v) \left(\alpha_i - \frac{|F_{b_i}|}{s(v)} \right) \end{aligned} \quad (3.32)$$

No regime de deslizamento, F_{b_i} e v são sempre não-nulos e de mesmo sinal. \dot{V}_i é definida negativa quando $|F_{b_i}| > s(v)$, como em (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995). Desde que $s(v)$ é estritamente positiva

e limitada por uma constante qualquer a , é possível afirmar que um conjunto $\Omega = \{F_{bi} : |F_{bi}| \leq a\}$ é um conjunto invariante para as soluções da equação (3.29), isto é, todas as soluções de F_{b_i} iniciando em Ω permanecerão no mesmo, provando que é limitada.

3.3 Identificação dos Parâmetros do Atrito

Para a efetiva aplicação de um modelo se torna primordial uma eficiente identificação dos parâmetros envolvidos. Neste caso, a dificuldade de identificação está relacionada com o aparecimento dos parâmetros de forma não-linear no modelo. Além disso, as variáveis de estado internas dos modelos de atrito não são mensuráveis. Com isso, métodos de identificação clássicos não podem ser diretamente aplicados. Para tanto é necessário um procedimento especial que possibilite a estimação (Altpeter, 1999; Canudas-De-Wit *et al.*, 1995; Kermani *et al.*, 2005; Lampaert *et al.*, 2002a). Esta seção descreve os procedimentos utilizados para identificação. Neste trabalho é objetivada a identificação dos modelos de LuGre e GMS.

3.3.1 Estimação dos Parâmetros - Modelo LuGre

Para estimação dos parâmetros é analisado em qual etapa do movimento o efeito de cada parâmetro é predominante. Com isso, os parâmetros são divididos em dois tipos: Estáticos e Dinâmicos.

Os quatro parâmetros estáticos relacionados ao efeito de *Stribeck* são estimados através da construção de um mapa da força de atrito versus velocidade. Neste trabalho, a velocidade relativa entre as superfícies de contato v será considerada como a própria velocidade de rotação do elo \dot{q}_1 . Desta forma é medido o torque aplicado enquanto o elo é submetido a velocidade constante. Neste trabalho foi utilizado um controle PD para assegurar velocidade constante durante o movimento.

O experimento para o levantamento do mapa consiste em submeter o robô à 16 diferentes trajetórias. Aliados a estes dados foram coletadas também medições de torque em malha aberta em velocidade zero. Como exemplificação, são apresentados nas figuras 3.11(a), 3.11(b), 3.12(a), 3.12(b), 3.13(a), 3.13(b), 3.14(a) e 3.14(b) os resultados obtidos para o elo 1. Com relação aos resultados obtidos, nas figuras 3.14(a) e 3.14(b) ressalta-se a presença de uma saturação nas medidas do torque. Isto é devido à limitação imposta ao amplificador projetado para aquisição (vide anexo C.2.2), com isso priorizando a medição do torque em regime (velocidade constante).

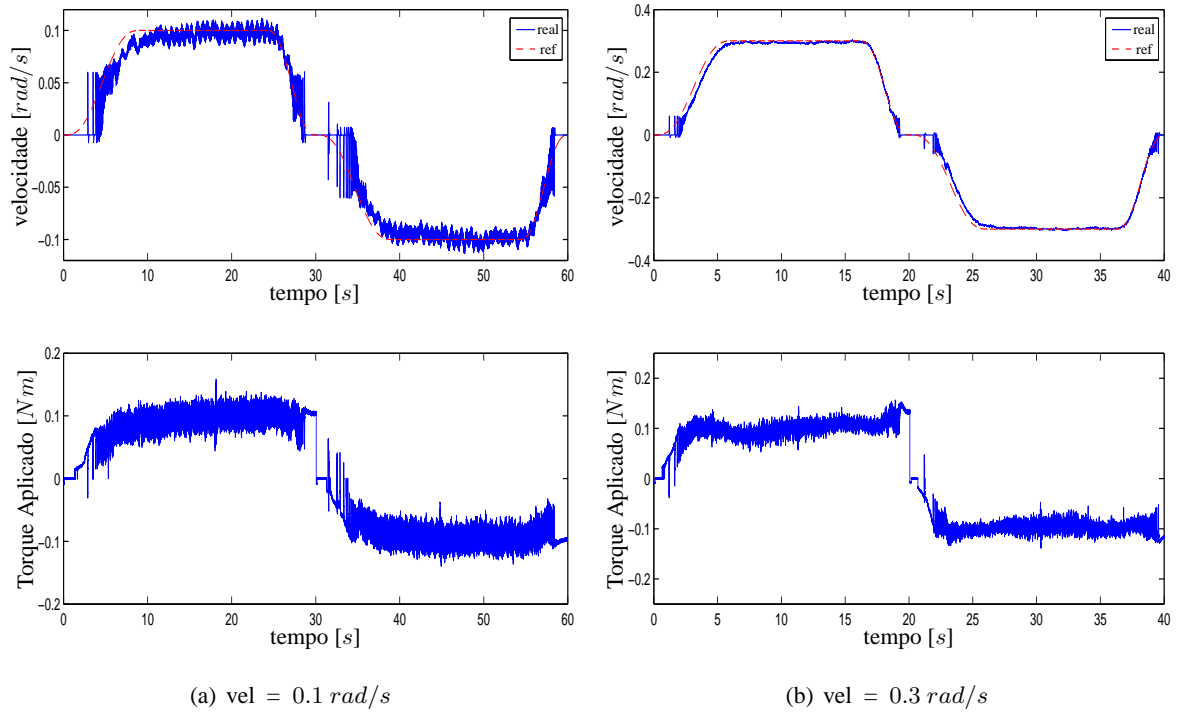


Figura 3.11: Ensaio de velocidade constante para levantamento da curva de *Stribeck*

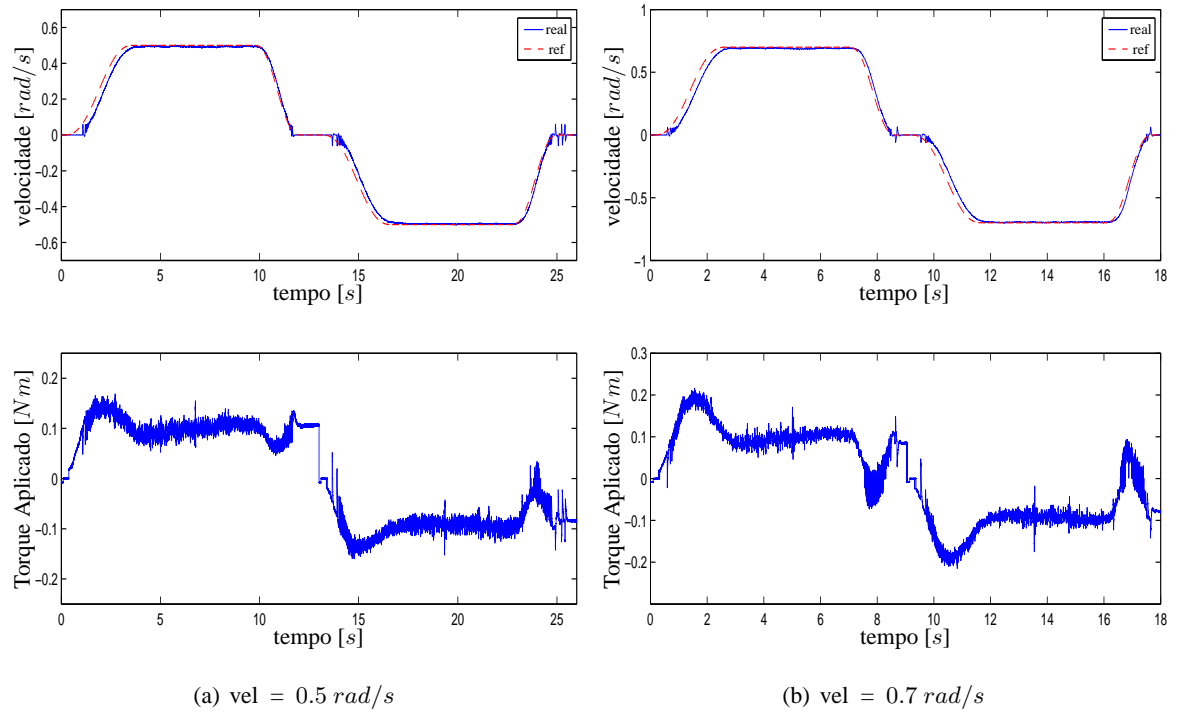


Figura 3.12: Ensaio de velocidade constante para levantamento da curva de *Stribeck*

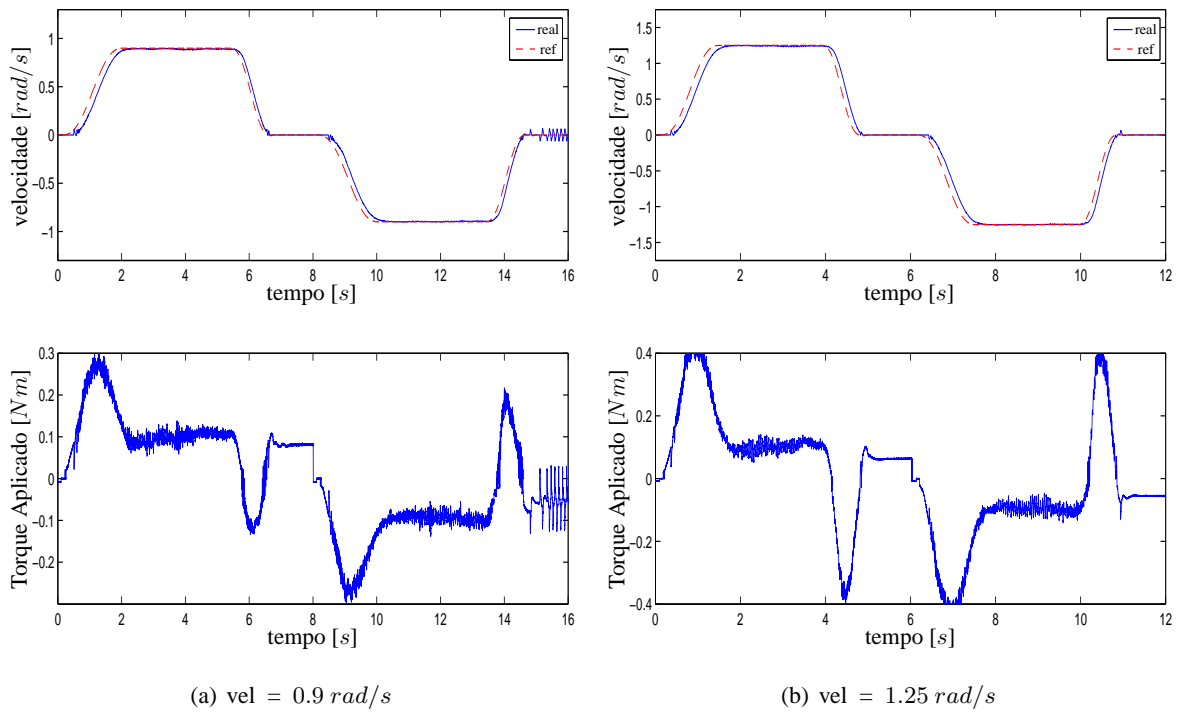


Figura 3.13: Ensaio de velocidade constante para levantamento da curva de *Stribeck*

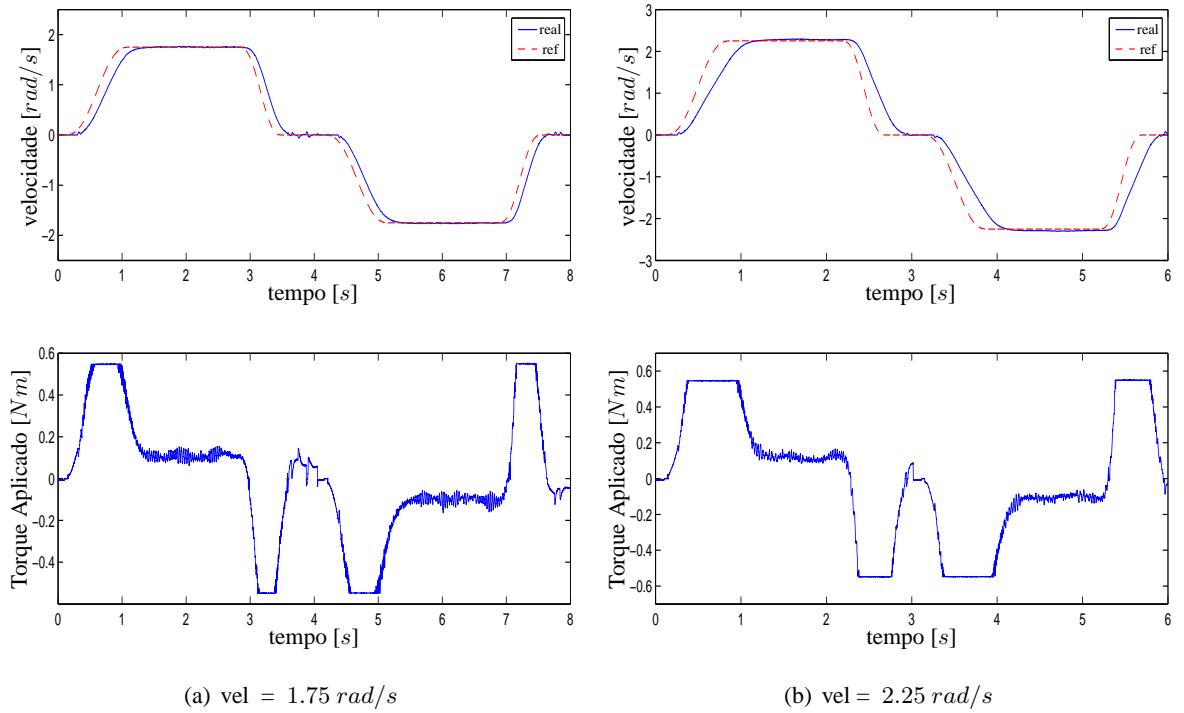


Figura 3.14: Ensaio de velocidade constante para levantamento da curva de *Stribeck*

Com o mapa definido o ajuste dos parâmetros pode ser feito por inspeção ou através de algoritmos não lineares de otimização (Altpeter, 1999; Canudas-De-Wit *et al.*, 1995). Neste trabalho a estimação dos parâmetros da curva de *Stribeck* foi realizado através da utilização da função LSQ-CURVFIT do matlab (Ramirez, 2003). Esta função resolve o problema de interpolação não-linear no sentido dos mínimos quadrados, cuja função objetivo consiste em:

$$\min_{\hat{F}_c, \hat{F}_s, \hat{\sigma}_1, \hat{v}_s} \sum_{i=1}^n \left[F_{ss}(\dot{q}_i) - \hat{F}_{ss}(\dot{q}_i) \right]^2 \quad (3.33)$$

onde $F_{ss}(\dot{q}_i)$ são os valores medidos da força de atrito ($u_{ss} = F_{ss}$) durante as trajetórias em velocidade constante (\dot{q}_i) e $\hat{F}_{ss}(\dot{q}_i)$ é dado por

$$\hat{F}_{ss}(\dot{q}_i) = (F_c + (F_s - F_c)e^{-(\dot{q}_i/v_s)^2}) \text{sign}(\dot{q}_i) + \sigma_2 \dot{q}_i \quad (3.34)$$

Através dos dados obtidos anteriormente e da aplicação do algoritmo de otimização obtém-se os resultados apresentados nas figuras 3.15 e 3.16, onde os parâmetros correspondentes a estas curvas são expostos na tabela 3.1.

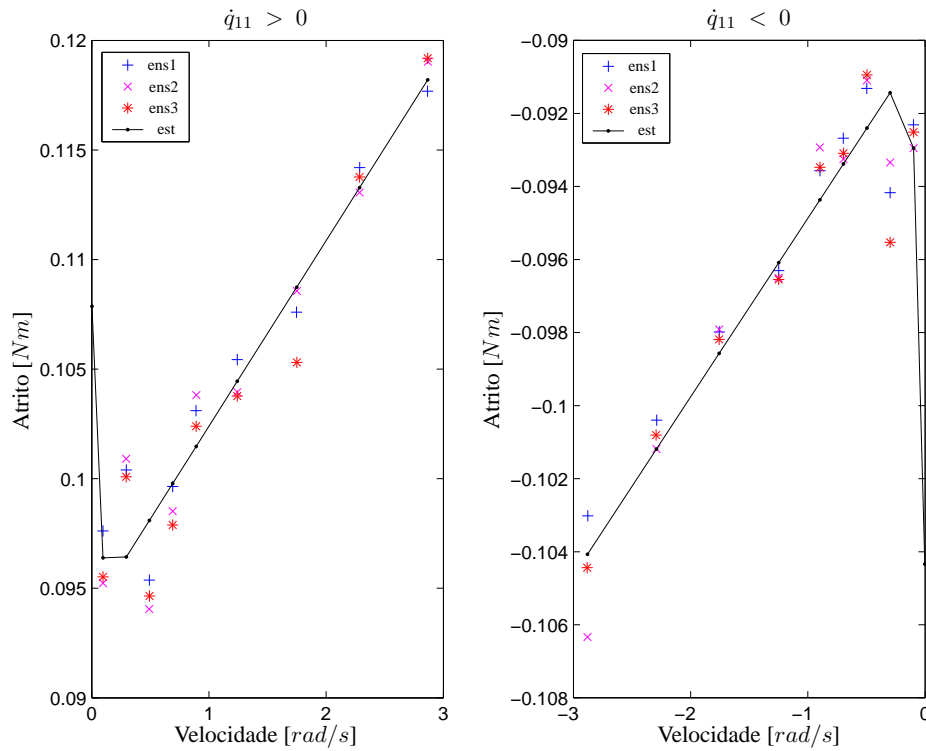
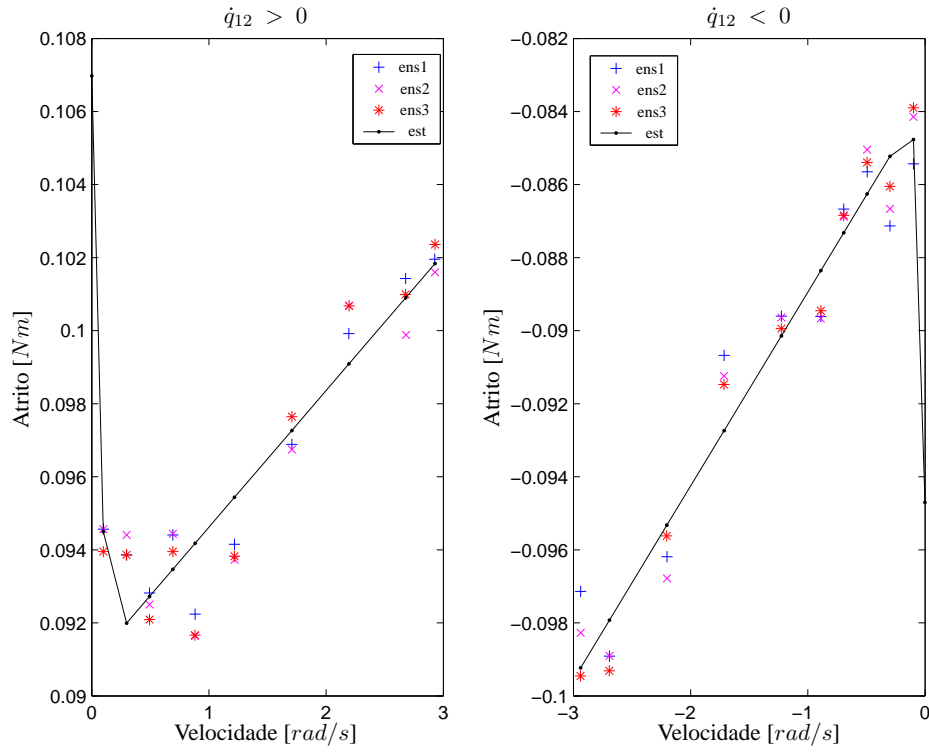


Figura 3.15: Curva de *Stribeck* para o elo 1

Figura 3.16: Curva de *Stribeck* para o elo 2Tabela 3.1: Parâmetros da curva de *Stribeck*

	sentido	F_s [Nm]	F_c [Nm]	v_s [rad/s]	σ_2
Elo1	$\dot{q}_{11} > 0$	0.10787	0.09393	0.00846	0.06589
	$\dot{q}_{11} < 0$	0.10433	0.08997	0.00489	0.07410
Elo2	$\dot{q}_{12} > 0$	0.10697	0.09087	0.07819	0.00374
	$\dot{q}_{12} < 0$	0.09470	0.08363	0.05795	0.00530

Entre os parâmetros ditos dinâmicos estão σ_0 e σ_1 . Para estimação destes dois últimos parâmetros é realizado um experimento em malha aberta que evidencia os efeitos dinâmicos. Isso significa realizar um movimento que o sistema esteja na região de pré-deslizamento onde os efeitos elásticos são dominantes em relação aos efeitos plásticos, isto é, $F_f < F_s$. Com isso as seguintes considerações são feitas:

$$\begin{aligned} z &\cong 0 \\ \dot{q} &\cong 0 \end{aligned} \tag{3.35}$$

que implica em $\dot{z} \cong \dot{q}$ e assim

$$F_f \cong \sigma_0 q + (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{q} \cong \sigma_0 q$$

A partir das considerações descritas é utilizada a função LSQCURFIT do MATLAB citada anteriormente para que através dos dados de deslocamento q e a medição da força de atrito seja obtido o parâmetro σ_0 . O resultado da identificação é mostrando na figura 3.17.

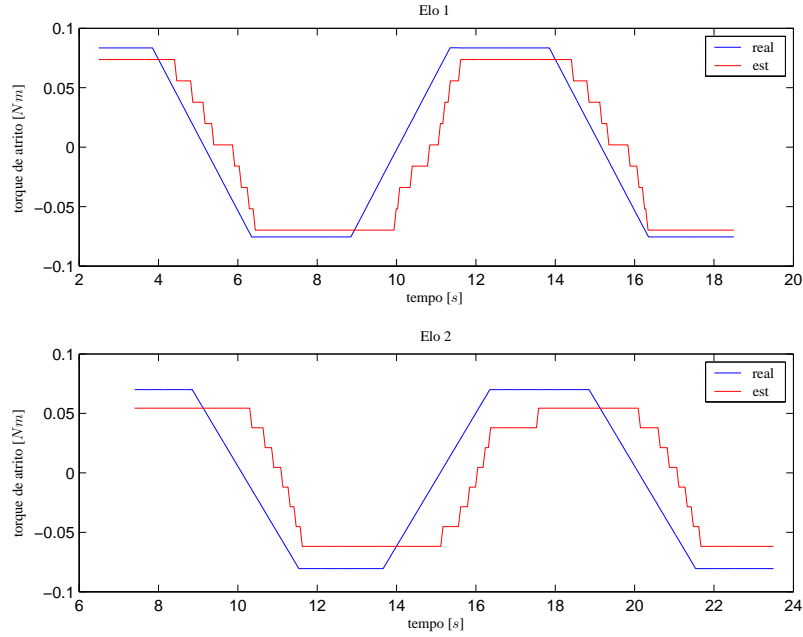


Figura 3.17: Força de Atrito no Pré-deslizamento

Com o objetivo de estimar σ_1 , é utilizado o modelo linearizado para o regime de pré-deslizamento.

$$I_{ii}\ddot{q}_i + (\sigma_{1i} + \sigma_{2i})\dot{q}_i + \sigma_{0i}q_i = \tau_i \quad (3.36)$$

Assim σ_{1i} é determinado tal que o sistema tem amortecimento próximo do crítico, isto é, $0.8 \leq \xi \leq 1$, utilizando a equação (3.37).

$$\sigma_1 = 2\xi\sqrt{\sigma_{0i}I_{ii}} - \sigma_{2i} \quad (3.37)$$

3.3.2 Estimação dos Parâmetros - Modelo GMS

Para identificação do modelo GMS alguns procedimentos estão expostos em (Al-Bender *et al.*, 2004b; Lampaert *et al.*, 2002a; Tjahjowidodo *et al.*, 2005). Neste trabalho o procedimento de identificação consiste em três experimentos dedicados (Al-Bender *et al.*, 2004b), detalhados a seguir.

O primeiro apresentado anteriormente para o modelo de LuGre, consiste em capturar o comportamento em regime (Efeito de *Stribeck*). Assim através de um mapa de força de atrito pela velocidade são estimados os parâmetros F_s, F_c, v_s, σ_2 da equação (3.15). Este resultados são apresentados na tabela 3.1.

O segundo ensaio diz respeito ao regime de pré-deslizamento. Neste caso é aplicado um torque no sistema abaixo da força de atrito estático F_s , e tem por objetivo identificar a histerese característica deste regime. Para identificação da histerese foi utilizado o algoritmo Nelder-Mead Simplex através da função FMINSEARCH do software MATLAB. De acordo com os erros médios quadráticos obtidos das aplicações da função mencionada, foi escolhido o número de blocos elementares. Assim os parâmetros α_i e k_i , sendo $i = 1, \dots, 6$, são estimados. Os resultados deste experimento são mostrados nas figuras 3.18 e 3.19 e os parâmetros apresentados na tabela 3.2.

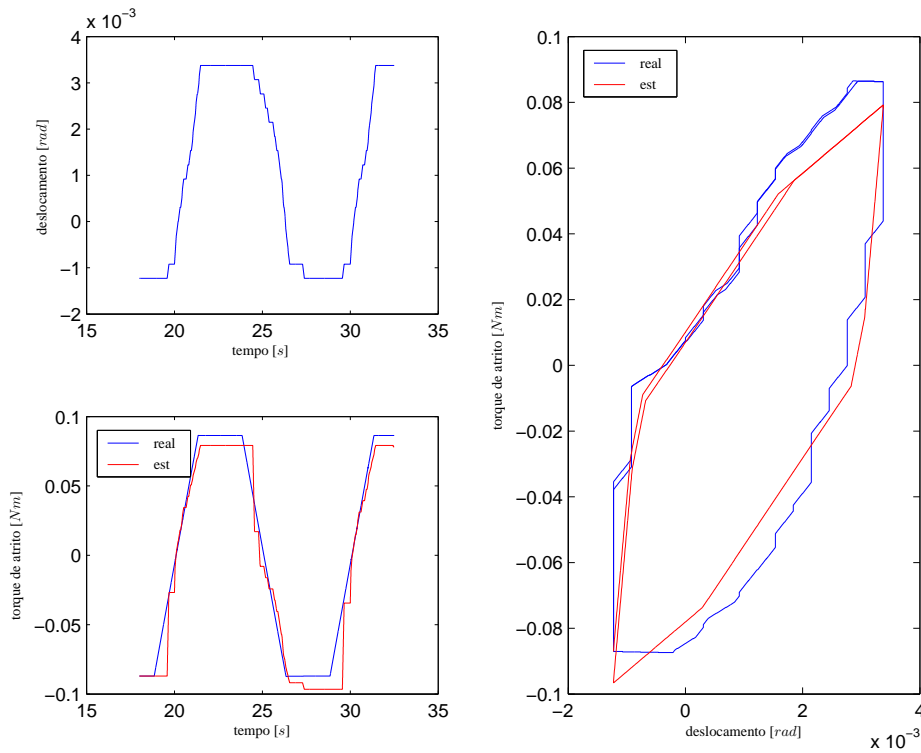
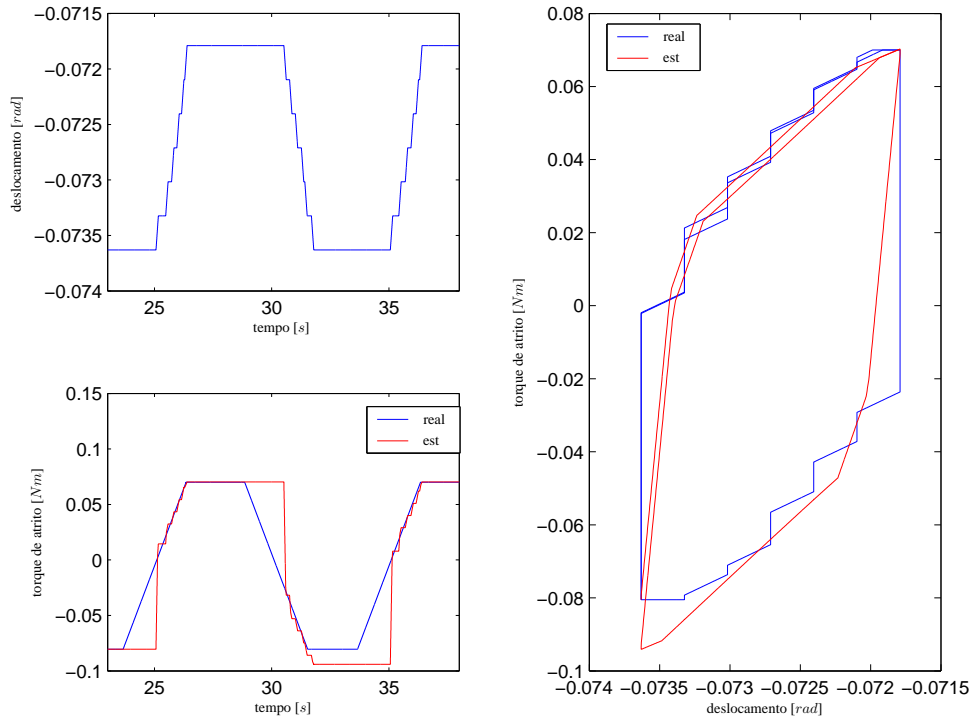


Figura 3.18: Identificação dos parâmetros k_{1i} e α_{1i}

Figura 3.19: Identificação dos parâmetros k_{2i} e α_{2i} Tabela 3.2: Parâmetros dos blocos elementares do modelo *Maxwell-Slip* generalizado

	i	1	2	3	4	5	6
Elo1	k_{1i}	2.255	5.927	6.953	64.236	11.453	111.411
	α_{1i}	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
Elo2	k_{2i}	0.123	16.083	19.812	75.862	138.097	150.576
	α_{2i}	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

E como terceiro e último experimento é considerado o caso de regime de deslizamento, onde é imposto ao sistema um movimento variado em somente uma direção, isto é, sem reversões de velocidade. Com isso o modelo de atrito pode ser tratado simplesmente como em (3.38).

$$\frac{dF_f}{dt} = \text{sign}(\dot{q}_1)C \left(1 - \frac{F_f}{s(\dot{q}_1)} \right) \quad (3.38)$$

Assim aplicando a técnica de mínimos quadrados é realizada a estimação para o parâmetro C . O resultado da identificação deste parâmetro é mostrado na tabela 3.3.

Tabela 3.3: Parâmetros do modelo *Maxwell-Slip* generalizado

	Parâmetro	Valor
Elo 1	C_1	1.5
Elo 2	C_2	1.0

3.4 Validação do Modelo

Para a validação do modelo de LuGre e GMS é implementado o experimento proposto em (Canudas-De-Wit e Lischinsky, 1997). Este consiste em analisar o desempenho do sistema frente a compensação do atrito. Sendo o sistema de um elo, desprezando o efeito da flexibilidade, igual a

$$M\ddot{q} = u - F_f \quad (3.39)$$

Para compensação do atrito é projetada a seguinte lei de controle:

$$u = -K_p(q - q_d) + \hat{F}_f \quad (3.40)$$

onde q_d é uma referência constante, K_p é um ganho proporcional e \hat{F}_f é o atrito estimado. Neste caso são realizados experimentos para compensação do atrito tanto para o modelo de LuGre quanto GMS. Em ambos os caso são utilizados os respectivos parâmetros identificados.

Para o caso em que o atrito está perfeitamente estimando, o sistema (3.39) terá o comportamento de um sistema com duplo integrador sem dissipação de energia. Assim ao analisar-se o sistema (3.39) em malha fechada com a lei de controle, equação (3.40) obtém-se:

$$M\ddot{q} = -K_p(q - q_d) \quad (3.41)$$

Resolvendo o sistema (3.41) para uma entrada ao degrau em q_r de amplitude A obtém-se a seguinte resposta.

$$q(t) = A(1 - \cos(\sqrt{\frac{K_p}{M}}t)) \quad (3.42)$$

A equação (3.41) descreve um sistema oscilatório de frequência $\omega = \sqrt{K_p/M}$ e amplitude A . Como ilustração, o resultado obtido neste experimento para o elo 1 está apresentado na figura 3.20 com os parâmetros determinados nas seções anteriores.

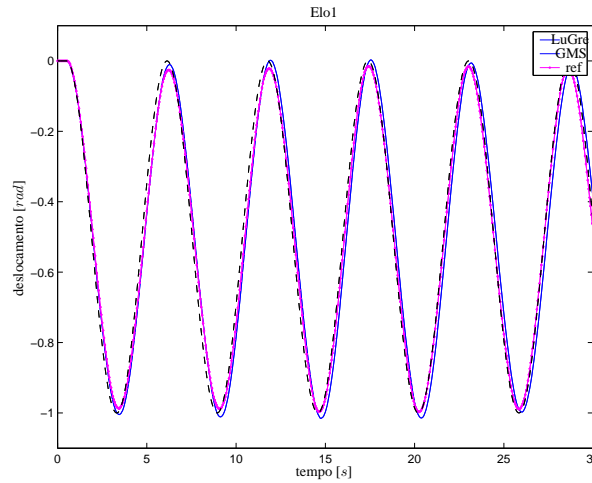


Figura 3.20: Validação de Lugre e GMS para o Elo 1

3.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas as características e o desenvolvimento matemático para os modelos de atrito mais comumente encontrados na bibliografia. Além de uma descrição detalhada das propriedades envolvidas no fenômeno do atrito, apresentam-se também quais destas propriedades estão representadas em cada um dos modelos de atrito.

Com o objetivo de estudo mais aprofundado na descrição do fenômeno de atrito, é dada ênfase aos modelos de LuGre, Leuven e GMS. Mostrando-se as diferenças básicas e as dependências existentes entre eles. Verifica-se que na busca por uma modelagem mais detalhada do regime de pré-deslizamento, (Swevers *et al.*, 2000) propõe modificações no modelo de LuGre dando origem ao modelo de Leuven. Com objetivo de incorporar tanto as características do regime deslizamento do modelo de LuGre quanto as características do regime de pré-deslizamento com o modelo de histerese (Maxwell-Slip) implementado no modelo de Leuven e desenvolver um modelo adequado para as propostas de controle, (Lampaert *et al.*, 2003) propõe o modelo *Maxwell-Slip* Generalizado (GMS).

Com a definição dos modelos são descritos os métodos utilizados para identificação dos modelos de LuGre e GMS, isto pelo interesse específico da futura aplicação destes modelos nos algoritmos de controle e nas implementações experimentais.

Capítulo 4

Projeto de Controladores

Neste capítulo é exposto o desenvolvimento matemático para o projeto de diferentes técnicas de controle. Entre os objetivos a serem atendidos estão estabilidade do sistema, seguimento de trajetória, robustez frente a incertezas paramétricas e compensação da dinâmica de atrito. Entre as técnicas de controle empregadas neste trabalho estão controle em cascata (Slotine e Li, 1991) e *backstepping* baseado em passividade (Kokotovic, 1991). Com a implementação dos projetos destas técnicas será realizada uma comparação qualitativa baseada nos resultados obtidos no capítulo 6.

4.1 Controle em Cascata

A técnica de controle em Cascata baseia-se na interpretação do sistema robótico com flexibilidade nas juntas como a composição de dois subsistemas interconectados: o subsistema dos rotores e o subsistema dos elos. Através desta interpretação é realizado o projeto das leis de controle e a análise da estabilidade independentemente para cada subsistema. Na sequência é realizada a interconexão dos subsistemas analisando-se a estabilidade global do sistema. A utilização desta técnica visa dois objetivos principais: seguimento de trajetória e compensação de atrito. Para tal são considerados os parâmetros nominais do robô e verificado o desempenho com e sem a compensação do atrito no seguimento de trajetória. Para a compensação de atrito são utilizados os modelos relatados no capítulo 3: LuGre e *Maxwell-Slip* Generalizado.

4.1.1 Modelo do Controle em Cascata Baseado na Passividade - LuGre

A partir das equações (2.2) definidas anteriormente, é incorporado os efeitos do atrito na dinâmica do robô com flexibilidade nas juntas, resultando em:

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + F_f(\dot{q}_1) + K(q_1 - q_2) &= 0 \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) &= u \end{aligned} \quad (4.1)$$

A figura 4.1 apresenta a estrutura do sistema robótico através da interpretação da interconexão de dois subsistemas.

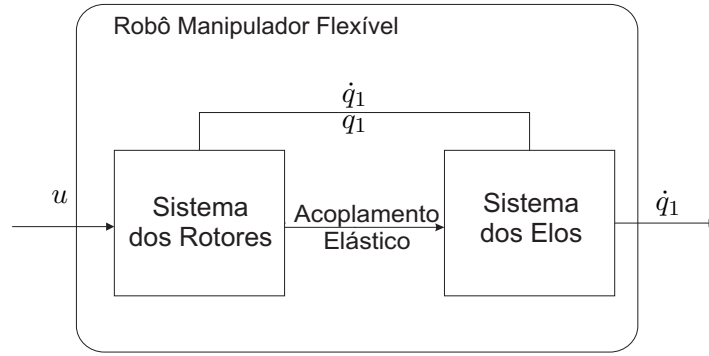


Figura 4.1: Estrutura em Blocos da Interconexão entre Subsistemas

O sistema robótico com flexibilidades nas juntas permite a aplicação do projeto em cascata de controladores devido ao acoplamento realizado através do torque elástico u_e (Guenther e Hsu, 1993). Este torque é definido como

$$u_e = K(q_2 - q_1) \quad (4.2)$$

onde a equação (4.1) pode ser reescrita por

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + F_f(\dot{q}_1) &= u_e \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) &= u \end{aligned} \quad (4.3)$$

Desta maneira, é possível considerar que o subsistema dos elos é controlado pelo torque elástico. Neste sentido, o objetivo é projetar um torque elástico tal que a posição dos elos q_1 sigam q_{1d} . Como em Guenther e Hsu (1993), o torque desejado u_{ed} permite a definição da posição dos rotores desejada q_{2d} , baseado na definição (4.2),

$$q_{2d} = K^{-1}u_{ed} + q_1 \quad (4.4)$$

onde o erro de posição dos rotores é definido como

$$\tilde{q}_2 = q_2 - q_{2d} \quad (4.5)$$

A partir destas definições é possível reescrever as equações (4.1) da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + F_f(\dot{q}_1) &= u_{ed} + K\tilde{q}_2 \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) &= u \end{aligned} \quad (4.6)$$

Neste caso, o sistema é descrito como dois subsistemas, cujas entradas são u e q_2 . O subsistema dos rotores é considerado o agente que força o subsistema dos elos através de q_2 . Assim, o problema de controle consiste fazer com que q_2 convirja para q_{2d} , desta forma q_2 servindo como entrada para o subsistema dos elos faz com que q_1 siga q_{1d} .

Seguimento de Trajetória no Subsistema dos Elos

Para assegurar o seguimento de trajetória, recorre-se aos conceitos da teoria da passividade proposta por (Slotine e Li, 1991) em seu controlador projetado para robôs rígidos. Para tal são definidos os seguintes sinais de erro:

$$\begin{aligned} \tilde{q}_1 &= q_1 - q_{1d} \\ \dot{q}_{1r} &= \dot{q}_{1d} - \Lambda_1 \tilde{q}_1 \\ s_1 &= \dot{q}_1 - \dot{q}_{1r} \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde Λ_1 é uma matriz diagonal definida positiva, \tilde{q}_1 é definido como erro de posição, \dot{q}_{1r} é definido como "referência de velocidade" e s_1 é definido como "erro de seguimento filtrado" (Slotine e Li, 1991).

Assim, para gerar a referência para o subsistema dos rotores é necessário definir o torque elástico desejado u_{ed} tal que estabilize o subsistema dos elos. Para tal, com em (Brogliato *et al.*, 1995), é adaptada a solução de (Slotine e Li, 1991) para o caso de robôs com flexibilidade nas juntas, onde u_{ed} é definido como,

$$u_{ed} = M(q_1)\ddot{q}_{1r} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{1r} + G(q_1) + \hat{F}_f - K_{D1}s_1 \quad (4.8)$$

onde K_{D1} é uma matriz diagonal definida positiva de ganhos a ser escolhida pelo projetista e \hat{F}_f é a estimativa do atrito. Considerando que a estimativa do torque de atrito segue o comportamento

descrito pelo modelo de LuGre apresentado no capítulo 3, o torque de atrito é descrito como:

$$\hat{F}_f = \sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 \dot{\hat{z}} + \sigma_2 \dot{q}_1 \quad (4.9)$$

Para esta estimativa, em (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995), é proposto o seguinte observador de atrito:

$$\dot{\hat{z}} = \dot{q}_1 - \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \hat{z} - k_e \sigma_0 \tilde{q}_1 \quad (4.10)$$

Entretanto para incorporação da compensação de atrito no método de controle em Cascata é necessário realizar algumas modificações (Guenther *et al.*, 2006):

- Substituição da função descontínua $|\dot{q}_1|$ por uma função suavizante $m(\dot{q}_1)$. Isto se deve à necessidade do cálculo das primeira e segunda derivadas de \hat{F}_f ;
- Substituição do erro de posição \tilde{q}_1 pelo erro de seguimento filtrado s_1 . Isto para obtenção das propriedades de estabilidade desejadas.

Assim, com a aplicação das modificações acima citadas, o observador de atrito utilizado no método de controle em Cascata é dado por:

$$\dot{\hat{z}} = \dot{q}_1 - \sigma_0 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \hat{z} - k_e \sigma_0 s_1 \quad (4.11)$$

sendo a função $m(\dot{q}_1)$ definida como,

$$m(\dot{q}_1) = \frac{2}{\pi} \dot{q}_1 \arctan(k_v \dot{q}_1) \quad (4.12)$$

onde k_v é constante positiva. Com a introdução da função suavizante $m(\dot{q}_1)$ é necessário a definição da diferença residual $\Delta(\dot{q}_1)$, definida como

$$\Delta(\dot{q}_1) = |\dot{q}_1| - m(\dot{q}_1) \quad (4.13)$$

De acordo com estas definições, reescreve-se o sistema da equação (4.6) tendo \tilde{q}_2 como uma entrada de perturbação, ou seja,

$$M(q_1) \dot{s}_1 + C(q_1, \dot{q}_1) s_1 + \tilde{F}_f(\dot{q}_1) + K_{D1} s_1 = K \tilde{q}_2 \quad (4.14)$$

Neste caso, o erro de estimação do atrito $\tilde{F}_f(\dot{q}_1)$ e o erro de estimação da taxa de deformação média $\dot{\tilde{z}}$ são dados pelas seguintes expressões:

$$\tilde{F}_f(\dot{q}_1) = F_f(\dot{q}_1) - \hat{F}_f(\dot{q}_1) = \sigma_0 \tilde{z} + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} \quad (4.15)$$

$$\dot{\tilde{z}} = \dot{z} - \dot{\hat{z}} = -\sigma_0 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} - \sigma_0 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z + k_e \sigma_0 s_1 \quad (4.16)$$

Para análise de estabilidade é escolhida a seguinte função de Lyapunov:

$$V_1 = \frac{1}{2} s_1^T M(q_1) s_1 + \frac{1}{2} \tilde{z}^T k_e^{-1} \tilde{z} + \frac{1}{2} \tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 \quad (4.17)$$

onde P_1 é uma matriz definida positiva. Calculando-se a derivada temporal da função de Lyapunov (4.17), obtém-se

$$\dot{V}_1 = s_1^T M(q_1) \dot{s}_1 + \frac{1}{2} s_1^T \dot{M}(q_1) s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{z}^T k_e^{-1} \dot{\tilde{z}} \quad (4.18)$$

Isolando-se o termo $M(q_1) \dot{s}_1$ da equação (4.14) e utilizando-se a propriedade de anti-simetria, obtém-se:

$$\dot{V}_1 = s_1^T [K_{D1} s_1 + \tilde{F}_f(\dot{q}) - K \tilde{q}_2] + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 - \tilde{z}^T k_e^{-1} \dot{\tilde{z}} \quad (4.19)$$

Substituindo-se $\dot{\tilde{z}}$ em (4.19),

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -s_1^T (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) s_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 - \tilde{z}^T k_e^{-1} \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} \\ & + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z - \tilde{z}^T k_e^{-1} \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z \end{aligned} \quad (4.20)$$

Desta forma está definida a lei de controle para o subsistema dos elos que se traduz pela escolha dos ganhos K_{D1} , Λ_1 e k_e . Apesar da definição da função de Lyapunov (equação (4.17)) e o cálculo da sua derivada (equação (4.20)) ainda não está garantida a estabilidade deste subsistema. Estas equações serão utilizadas posteriormente para prova da estabilidade do sistema completo, onde K_{D1} e k_e devem ser escolhidos para garantir $\dot{V}_1 \leq 0$, com isso através da definição das condições para garantia da estabilidade o projetista têm estes parâmetros como graus de liberdade para obter o desempenho desejado.

Seguimento de Trajetória no Subsistema dos Rotores

Nesta etapa o objetivo é fazer com que \tilde{q}_2 , que trata-se da perturbação para o subsistema do elo, tenda a zero. Sendo assim, é projetada uma lei de controle u para o subsistema dos rotores que atenda este requisito. Neste sentido é aplicada a lei de controle proposta em (Guenther e Hsu, 1993), isto é,

$$u = Ju_0 + K(q_2 - q_1) - K_{D2}s_2 \quad (4.21)$$

onde u_0 é considerada uma entrada auxiliar de controle, que é projetada com a finalidade de garantir a estabilidade do sistema e que contém os parâmetros relacionados ao robô rígido em seu projeto e K_{D2} é matriz diagonal de ganhos. A variável s_2 é um erro auxiliar, com o qual pode-se fazer referência ao erro de velocidade do elo s_1 , sendo neste caso relacionada com a velocidade do rotor.

$$s_2 = \dot{\tilde{q}}_2 + \Lambda_2 \tilde{q}_2 \quad (4.22)$$

onde Λ_2 é uma matriz diagonal definida positiva.

Com a definição do erro s_2 , resta definir a lei de controle auxiliar u_0 . Substituindo-se à entrada u , equação (4.21), na equação (4.6), uma possível escolha de u_0 é

$$u_0 = \ddot{q}_{2d} - \Lambda_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (4.23)$$

onde ao substituir-se as equações (4.23) e 4.21 na equação (4.6), obtém-se o seguinte equação do sistema em malha fechada para o subsistema dos rotores:

$$J\dot{s}_2 + K_{D2}s_2 = 0 \quad (4.24)$$

Para análise da estabilidade do subsistema do rotor é definida a seguinte função de Lyapunov:

$$V_2 = \frac{1}{2}s_2^T J s_2 + \frac{1}{2}\tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2 \quad (4.25)$$

onde P_2 é uma matriz definida positiva.

Calculando-se derivada da função de Lyapunov obtém-se

$$\dot{V}_2 = s_2^T J \dot{s}_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (4.26)$$

Isolando-se o termo $J\dot{s}_2$ da equação (4.24) e substituindo-se na equação (4.26)

$$\dot{V}_2 = -s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (4.27)$$

Com a escolha da função de Lyapunov, equação (4.25) e o cálculo de sua derivada, equação (4.27), é definido a lei de controle para o subsistema dos rotores, equação (4.21) e finaliza-se assim o projeto do controlador. A prova da estabilidade do sistema em malha fechada é apresentada a seguir.

Análise da Estabilidade

Para conclusão do método de controle em Cascata com compensação de atrito é considerado o sistema em malha fechada dado por $\Omega = \{(4.1), (4.8), (4.9), (4.11), (4.21), (4.23)\}$. Para análise da estabilidade deste sistema assume-se que a trajetória desejada q_{1d} e suas derivadas até 4ª ordem são uniformemente limitadas. Além disso, é considerado o caso ideal, onde todos os parâmetros são conhecidos.

Conforme (Guenther *et al.*, 2006), as propriedades dos erros de convergência são dadas de acordo com o seguinte teorema:

Teorema 4.1.1 (Estabilidade) *Quando todos os parâmetros são conhecidos, dada uma condição inicial, os ganhos do controlador (K_{D1} , Λ_1 , K_{D2} , Λ_2 , k_e e k_v) podem ser escolhidos tais que se obtenha uma convergência dos erros de seguimento \tilde{q}_1 e $\dot{\tilde{q}}_1$ para um conjunto residual R quando $t \rightarrow \infty$. O conjunto R depende das características do atrito e dos ganhos do controlador*

Prova: Considerando uma função de Lyapunov V que é formada a partir das funções apresentadas em cada subsistema, equações (4.17) e (4.25), isto é,

$$V = V_1 + V_2 \quad (4.28)$$

cujo resultado é dado por,

$$V = \frac{1}{2} s_1^T M(q_1) s_1 + \frac{1}{2} \tilde{z}^T k_e^{-1} \tilde{z} + \frac{1}{2} \tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 + \frac{1}{2} s_2^T J s_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2 \quad (4.29)$$

Reescrevendo a equação (4.29) na forma matricial,

$$V = \frac{1}{2} \rho_1^T N_1 \rho_1 \quad (4.30)$$

onde o vetor de estados dos erros é definido como

$$\rho_1^T = \begin{bmatrix} \tilde{q}_1^T & \dot{\tilde{q}}_1^T & \tilde{q}_2^T & \dot{\tilde{q}}_2^T & \tilde{z}^T \end{bmatrix}$$

e a matriz N_1 é definida como

$$N_1 = \begin{bmatrix} \Lambda_1 M(q_1) \Lambda_1 + P_1 & 2\Lambda_1 M(q_1) & 0 & 0 & 0 \\ 2\Lambda_1 M(q_1) & M(q_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_2 J \Lambda_2 + P_2 & 2\Lambda_2 J & 0 \\ 0 & 0 & 2\Lambda_2 J & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_e^{-1} \end{bmatrix}$$

Calculando-se a derivada da função de Lyapunov V :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -s_1^T (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) s_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 - \tilde{z}^T k_e^{-1} \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} \\ & - s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z - \tilde{z}^T k_e^{-1} \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z \end{aligned} \quad (4.31)$$

sendo $P_1 = 2\Lambda_1(K_{D1} + \sigma_1 \sigma_0 k_e)$ e $P_2 = 2\Lambda_2 K_{D2}$.

Substituindo s_1 , s_2 , P_1 e P_2 na equação (4.31) e reescrevendo \dot{V} em uma forma matricial, equação (4.32), obtém-se a seguinte expressão

$$\dot{V} = -\rho_1^T N_2 \rho_1 + \rho_1^T D(\rho_1) \quad (4.32)$$

onde N_2 e $D(\rho_1)$ são definidas como:

$$N_2 = \begin{bmatrix} \Lambda_1 (K_{D1} + \sigma_0 k_e \sigma_1) \Lambda_1 & 0 & -\frac{1}{2} \Lambda_1 K & 0 & -\frac{1}{2} \Lambda_1 \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \\ 0 & K_{D1} + \sigma_0 k_e \sigma_1 & -\frac{1}{2} K & 0 & -\frac{1}{2} \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \\ -\frac{1}{2} \Lambda_1 K & -\frac{1}{2} K & \Lambda_2 K_{D2} \Lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{D2} & 0 \\ -\frac{1}{2} \Lambda_1 \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} & -\frac{1}{2} \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} & 0 & 0 & k_e^{-1} \sigma_0 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$D(\rho_1) = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \sigma_0 \sigma_1 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z & \sigma_0 \sigma_1 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z & 0 & 0 & -k_e^{-1} \sigma_0 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z \end{bmatrix}^T \quad (4.34)$$

Com o resultado obtido, $D(\rho_1)$ é definido como uma perturbação causada pela deflexão média das hastes z e pela diferença residual $\Delta(\dot{q}_1) > 0$, onde esta é zero quando a velocidade $\dot{q}_1 = 0$ ou quando $\dot{q}_1 \rightarrow \pi/2k_v$.

Com a definição de N_2 , algumas condições devem ser satisfeitas, para que esta seja garantida

como uma matriz definida positiva. Para isto é necessário verificar que os termos de N_2 nas posições relacionadas à variável \tilde{z} , apresentam funções dependentes da velocidade \dot{q}_1 , contudo tanto $m(\dot{q}_1)$ e $g(\dot{q}_1)$ são funções definidas positivas. Neste caso, $m(\dot{q}_1)$ é zero quando $\dot{q}_1 = 0$ e $m(\dot{q}_1) > 0$ quando $\dot{q}_1 \neq 0$ e a função $g(\dot{q}_1)$ está limitada pelos valores da força de atrito estático F_s e pela força de atrito de Coulomb F_c ($F_c \leq g(\dot{q}_1) \leq F_s$). Além disso, recorre-se ao Lema de Gershgorin (A.1), do qual são determinadas as condições para o projeto dos ganhos do controlador. Condições para N_2 definida positiva:

1. $k_e < 2(\sigma_1(\Lambda_1 + I_n))^{-1}$
2. $\Lambda_2 K_{D2} \Lambda_2 > \frac{1}{2} K (\Lambda_1 + I_n)$
3. $K_{D1} > \frac{1}{2} K + \sigma_0 \sigma_1 (\frac{1}{2} \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} - k_e)$
4. $K_{D2} > 0$

Com as condições acima apresentadas satisfeitas, N_2 resulta em uma matriz uniformemente positiva definida (Guenther *et al.*, 2006), dada por:

$$N_2 \geq \alpha I_n \quad (4.35)$$

onde α é dado por:

$$\alpha = \inf_{t \in [0, T]} \lambda_{\min}(N_2) \quad \forall T \geq 0 \quad (4.36)$$

A partir destas definições e recorrendo ao teorema de Rayleigh-Ritz (vide anexo A.2) pode-se reescrever a equação (4.32) resultando em:

$$\dot{V} \leq -\alpha \|\rho_1\|^2 + \|\rho_1\| \|D(\rho_1)\| \quad (4.37)$$

Assim a partir da definição de $D(\rho_1)$ pode-se estabelecer um limite superior para $\|D(\rho_1)\| \leq \bar{D}$, assim a expressão (4.37) é novamente reescrita, tal que

$$\dot{V} \leq -\alpha \|\rho_1\|^2 + \bar{D}(\rho_1) \|\rho_1\| \quad (4.38)$$

Conforme a expressão (4.38), a condição para \dot{V} definida negativa é

$$\|\rho_1\| > \frac{\bar{D}(\rho_1)}{\alpha} \quad (4.39)$$

Dando continuidade ao teorema de Rayleigh-Ritz, a equação (4.30) resulta

$$V = \frac{1}{2} \rho_1^T N_1 \rho_1 < \frac{1}{2} \lambda_{max}(N_1) \|\rho_1\| \quad (4.40)$$

Assim substituindo-se a condição (4.39) na equação (4.40) verifica-se que a região em que \dot{V} é negativa é limitada por uma constante. Para análise da estabilidade, ao se verificar as condições (4.38) e (4.40) percebe-se que a norma do vetor de erros $\|\rho_1\|$ tende a um conjunto residual quando $t \rightarrow \infty$. Este conjunto depende do valor do limite da perturbação $\bar{D}(\rho_1)$ e do valor de α definido em (4.36).

Assim é concluído o projeto do controlador em Cascata, onde os parâmetros de ajuste do controlador são dados por: K_{D1} e Λ_1 relacionados ao subsistema dos elos, K_{D2} e Λ_2 relacionados ao subsistema dos rotores e k_e relacionado ao observador de atrito de LuGre.

4.1.2 Modelo do Controle em Cascata Baseado na Passividade - GMS

Com o objetivo de utilizar as informações disponibilizadas pelo modelo de *Maxwell-Slip* Generalizado (Lampaert *et al.*, 2003) é proposta uma adaptação da estratégia do controlador em Cascata. Nesta abordagem é seguido o procedimento de forma semelhante ao apresentado para o modelo de LuGre, sendo os conceitos para adequação das funções de Lyapunov utilizadas neste caso baseados em Nilkhamhang e Sano (2006).

Como demonstrado na subseção 4.1.1, o sistema do robô, equação (4.1), pode ser representado como dois subsistemas em Cascata através do acoplamento elástico, equação (4.2), presente no sistema robótico com flexibilidade nas juntas.

De maneira análoga, é possível considerar que o subsistema dos elos é controlado pelo torque elástico e com o mesmo objetivo é realizado o projeto do torque desejado u_{ed} que permite a definição da posição dos rotores desejada q_{2d} , sendo que através destas definições é possível reescrever as equações (4.1) da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + F_f(\dot{q}_1) &= u_{ed} + K\tilde{q}_2 \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) &= u \end{aligned} \quad (4.41)$$

Entre as hipóteses consideradas para este controlador, estão:

- As posições dos elos e dos rotores são medidas;

- As trajetórias de referência são contínuas e limitadas, e suas derivadas sucessivas até a quarta ordem são contínuas e limitadas para todo t ;
- Para o projeto do controlador tanto os parâmetros do sistema robótico quanto os parâmetros do sistema de atrito são conhecidos.

As duas primeiras hipóteses não apresentam restrições importantes para a implementação experimental e para aplicações práticas. A terceira hipótese depende da qualidade do modelo obtido e da qualidade da identificação dos parâmetros realizada.

A seguir é apresentado o desenvolvimento matemático para cada um dos subsistemas e a prova de estabilidade do sistema em malha fechada.

Seguimento de Trajetória no Subsistema dos Elos

Através dos conceitos de passividade propostos por Slotine e Li (1991), são definidos os seguintes sinais de erro:

$$\begin{aligned}\tilde{q}_1 &= q_1 - q_{1d} \\ \dot{q}_{1r} &= \dot{q}_{1d} - \Lambda_1 \tilde{q}_1 \\ s_1 &= \dot{q}_1 - \dot{q}_{1r}\end{aligned}\tag{4.42}$$

onde Λ_1 matriz diagonal definida positiva, \tilde{q}_1 é definido como erro de posição, \dot{q}_{1r} é definido como "referência de velocidade" e s_1 é definido como "erro de seguimento filtrado" (Slotine e Li, 1991).

Para estabilidade do subsistema dos elos através da definição do torque elástico desejado u_{ed} , como em Brogliato *et al.* (1995), é adaptada a solução de (Slotine e Li, 1991) para o caso de robôs com flexibilidade nas juntas, sendo u_{ed} definido como,

$$u_{ed} = M(q_1)\ddot{q}_{1r} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{1r} + G(q_1) + \hat{F}_f - K_{D1}s_1\tag{4.43}$$

onde K_{D1} é uma matriz diagonal definida positiva de ganhos a ser escolhida pelo projetista e \hat{F}_f é a estimativa do atrito.

Desta forma é definida a referência para as variáveis dos rotores q_{2d} , tal que com a convergência de q_2 para q_{2d} acarreta a convergência de q_1 para q_{1d} . Isto se deve através do seguinte equacionamento.

$$q_{2d} = K^{-1}u_{ed} + q_1\tag{4.44}$$

Neste caso a estimativa da força de atrito se faz através da consideração modelo de atrito de *Maxwell-Slip* Generalizado apresentado no capítulo 3. Assim para expressar os dois regimes do modelo GMS de forma unificada, é utilizada a expressão proposta por (Nilkhamhang e Sano, 2006), onde é definido uma função indicadora $\chi[X]$ do evento X , tal que,

$$\chi[X] = \begin{cases} 1 & \text{se } X \text{ for verdadeiro} \\ 0 & \text{se } X \text{ for falso} \end{cases} \quad (4.45)$$

Com a definição indicadora χ , é escrita a estimação do torque de atrito como:

$$\hat{F}_f = \sum_{i=1}^N [\hat{\chi}_{i,adere} \hat{F}_{b_i,adere} + \hat{\chi}_{i,desliza} \hat{F}_{b_i,desliza}] + \sigma_2 \dot{q}_1(t) \quad (4.46)$$

onde $\hat{\chi}$ é a estimação da função indicadora χ . Com isso as seguintes definições podem ser feitas:

$$\begin{aligned} \hat{\chi}_{i,adere} &= \chi[F_{b_i} \text{ está no regime adere}] \\ \chi_{i,desliza} &= \chi[F_{b_i} \text{ está no regime desliza}] \end{aligned}$$

e σ_2 é o coeficiente do atrito viscoso.

A partir da equação (4.46) o torque de atrito real do sistema é reescrito contendo a função indicadora estimada $\hat{\chi}[X]$.

$$F_f = \sum_{i=1}^N [\hat{\chi}_{i,adere} F_{i,adere} + \hat{\chi}_{i,desliza} F_{i,desliza} + d_i] + \sigma_2 \dot{q}_1(t) \quad (4.47)$$

onde é definido o termo d_i como perturbação relacionado com o erro de chaveamento entre o modelo real e o estimado.

Lema 4.1.2 *A perturbação d_i é limitada para qualquer $t > 0$ se os parâmetros verdadeiros e os estimados do sistema são limitados.*

Prova: Para caracterização da limitação da perturbação, dois casos são considerados:

- Se $\chi_{i,adere} = 1$ e $\chi_{i,desliza} = 0$, então

$$d_i = \begin{cases} 0 & \text{Se } \hat{\chi}_{i,adere} = 1, \hat{\chi}_{i,desliza} = 0 \\ d_{i,adere} & \text{Se } \hat{\chi}_{i,adere} = 0, \hat{\chi}_{i,desliza} = 1 \end{cases} \quad (4.48)$$

$$d_{i,adere} = F_{i,adere} - F_{i,desliza} \quad (4.49)$$

- Se $\chi_{i,adere} = 0$ e $\chi_{i,desliza} = 1$, então

$$d_i = \begin{cases} d_{i,desliza} & \text{Se } \hat{\chi}_{i,adere} = 1, \hat{\chi}_{i,desliza} = 0 \\ 0 & \text{Se } \hat{\chi}_{i,adere} = 0, \hat{\chi}_{i,desliza} = 1 \end{cases} \quad (4.50)$$

$$d_{i,desliza} = -F_{i,adere} + F_{i,desliza} \quad (4.51)$$

Desta forma se os parâmetros reais e estimados são limitados e de acordo com o lema 3.2.1 pode se assegurar que a perturbação d_i será limitada.

Atráves das definições antes demonstradas, são propostas as seguintes equações para formação do observador de atrito GMS, cuja força estimada é dada pela equação (4.46).

- Se o bloco elementar está no regime adere (*stick*), a equação de estado é dada por

$$\frac{d\hat{F}_{b_i}}{dt} = k_i \dot{q}_1 \quad (4.52)$$

e este bloco permanece aderindo até $F_{b_i} = s(\dot{q}_1)(\alpha_i - (k_e/C)s_1)$.

- Se o bloco elementar desliza, a equação de estado é dada por

$$\frac{d\hat{F}_{b_i}}{dt} = C \left(\alpha_i r(\dot{q}_1) - \frac{F_{b_i}}{s(\dot{q}_1)} \right) - k_e s_1 \quad (4.53)$$

e o bloco permanece deslizando até que a velocidade vá a zero.

onde k_i é a rigidez da aspereza, C é uma constante relacionada com a dinâmica do atraso de fricção e k_e constante positiva. Para o observador proposto são realizadas duas modificações no modelo GMS:

- Substituição da função descontínua $sgn(\dot{q}_1)$ por uma função suavizante $r(\dot{q}_1)$. Isto devido a necessidade de cálculo de até a segunda derivada de \hat{F}_f ;
- Acréscimo de um termo proporcional ao erro de velocidade filtrado $k_e s_1$ para caracterização do observador e garantia da estabilidade do sistema;

Para esta proposta apresentada $r(\dot{q}_1)$ é definida como:

$$r(\dot{q}_1) = \tanh(k_v \dot{q}_1) \quad (4.54)$$

onde k_v é uma constante positiva. A exemplo do caso com o modelo de LuGre, define-se um erro residual $\Delta(\dot{q}_1)$ relacionado com a introdução da função suavizante $r(\dot{q}_1)$ da seguinte forma

$$\Delta(\dot{q}_1) = \text{sign}(\dot{q}_1) - r(\dot{q}_1) \quad (4.55)$$

Com a definição do observador de atrito é dado seguimento ao projeto do controlador em Cascata. Para isso, substituí-se a equação (4.43) na primeira equação de (4.41). Com isso o subsistema dos elos em malha fechada resulta em:

$$M(q_1)\dot{s}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)s_1 + \tilde{F}_f(\dot{q}_1) + K_{D1}s_1 = K\tilde{q}_2 \quad (4.56)$$

onde $K\tilde{q}_2$ é considerado como uma perturbação para este subistema, sendo o erro de estimação $\tilde{F}_f(\dot{q}_1)$ dado pela seguinte expressão:

$$\tilde{F}_f(\dot{q}_1) = F_f(\dot{q}_1) - \hat{F}_f(\dot{q}_1) = \sum_{i=1}^N [\hat{\chi}_{i,adere} \tilde{F}_{i,adere} + \hat{\chi}_{i,desliza} \tilde{F}_{i,desliza} + d_i] \quad (4.57)$$

A partir da equação (4.57) e com a definição de que os parâmetros do modelo são conhecidos, é constatado que o erro no regime de aderência será constante e é relacionado com o erro resultante do regime de deslizamento. Isto é verificado da seguinte maneira:

- Através dos parâmetros conhecidos, a derivada do erro de estimação da força $F_{b_i,adere}$ será zero, demonstrando a presença de um erro constante, este por sua vez é definido conforme a equação (4.58).

$$F_{b_i,adere} = \int_0^t k_i \dot{q}_1 dt + F_{b_i,desliza} \quad \hat{F}_{b_i,adere} = \int_0^t k_i \dot{q}_1 dt + \hat{F}_{b_i,desliza} \quad (4.58)$$

onde t_{ts} é instante de tempo da transição entre o regime de deslizamento e o regime de aderência. Com isso o erro $\tilde{F}_{b_i,adere}$ é dado por

$$\tilde{F}_{b_i,adere} = F_{b_i,desliza}(t_{ts}) - \hat{F}_{b_i,desliza}(t_{ts}) \quad (4.59)$$

Através desta análise esta parcela de erro será considerada a posteriori como uma perturbação para o projeto do controlador.

Com o objetivo de desenvolver as equações para n graus de liberdade do robô é proposta a definição de alguns vetores para descrição destas equações de forma matricial. Assim são definidos

os seguintes vetores:

$$X_{j,adere} = \begin{bmatrix} \hat{\chi}_{1,adere} \\ \hat{\chi}_{2,adere} \\ \vdots \\ \hat{\chi}_{N_j,adere} \end{bmatrix} \quad X_{j,desliza} = \begin{bmatrix} \hat{\chi}_{1,desliza} \\ \hat{\chi}_{2,desliza} \\ \vdots \\ \hat{\chi}_{N_j,desliza} \end{bmatrix}$$

$$F_{j,adere} = \begin{bmatrix} F_{b_1,adere} \\ F_{b_2,adere} \\ \vdots \\ F_{b_{N_j},adere} \end{bmatrix} \quad F_{j,desliza} = \begin{bmatrix} F_{b_1,desliza} \\ F_{b_2,desliza} \\ \vdots \\ F_{b_{N_j},desliza} \end{bmatrix}$$

onde $i = 1, \dots, N_j$ e N_j é número total de blocos elementares para modelo GMS, sendo $j = 1, \dots, n$.

Desta forma, define-se

$$\mathbf{F}_{adere} = \begin{bmatrix} X_{1,adere}^T F_{1,adere} \\ X_{2,adere}^T F_{2,adere} \\ \vdots \\ X_{n,adere}^T F_{n,adere} \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_{desliza} = \begin{bmatrix} X_{1,desliza}^T F_{1,desliza} \\ X_{2,desliza}^T F_{2,desliza} \\ \vdots \\ X_{n,desliza}^T F_{n,desliza} \end{bmatrix}$$

e sendo o objeto de interesse o erro estimação da força de atrito, obtêm-se:

$$\tilde{\mathbf{F}}_{adere} = \begin{bmatrix} X_{1,adere}^T \tilde{F}_{1,adere} \\ X_{2,adere}^T \tilde{F}_{2,adere} \\ \vdots \\ X_{n,adere}^T \tilde{F}_{n,adere} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{F}}_{desliza} = \begin{bmatrix} X_{1,desliza}^T \tilde{F}_{1,desliza} \\ X_{2,desliza}^T \tilde{F}_{2,desliza} \\ \vdots \\ X_{n,desliza}^T \tilde{F}_{n,desliza} \end{bmatrix}$$

Com a definição dos vetores acima apresentados é escolhida a seguinte função de Lyapunov:

$$V_1 = \frac{1}{2} s_1^T M(q_1) s_1 + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_{desliza} + \frac{1}{2} \tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 \quad (4.60)$$

onde P_1 é uma matriz definida positiva. Calculando-se a derivada da função de Lyapunov (4.60), obtém-se

$$\dot{V}_1 = s_1^T M(q_1) \dot{s}_1 + \frac{1}{2} s_1^T \dot{M}(q_1) s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{F}}}_{desliza} \quad (4.61)$$

Isolando-se o termo $M(q_1) \dot{s}_1$ da equação (4.56) e utilizando-se a propriedade de anti-simetria, obtém-se:

$$\dot{V}_1 = -s_1^T [K_{D1} s_1 + \tilde{\mathbf{F}}_f - K \tilde{q}_2] + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{F}}}_{desliza} \quad (4.62)$$

Substituindo-se $\dot{\tilde{\mathbf{F}}}_{desliza}$ em (4.62),

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -s_1^T [K_{D1}s_1 + \tilde{\mathbf{F}}_{adere} + \tilde{\mathbf{F}}_{desliza} + \mathbf{F}_D - K\tilde{q}_2] + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 \\ & + \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} (\mathbf{C}\Delta(\dot{q}_1) - \mathbf{C}_s \tilde{\mathbf{F}}_{desliza} + k_e s_1) \end{aligned} \quad (4.63)$$

Neste caso \mathbf{C} é uma matriz diagonal com os coeficientes C de dimensão $n \times n$, Δ vetor $n \times 1$ com a diferença residual, \mathbf{C}_s é uma matriz diagonal $n \times n$ com $C/s(\dot{q}_1)$ e \mathbf{F}_D definido como:

$$\mathbf{F}_D^T = \left[\sum_{i=1}^{N_1} d_{i1} \quad \sum_{i=1}^{N_2} d_{i2} \quad \dots \quad \sum_{i=1}^{N_n} d_{in} \right]$$

Desenvolvendo-se a equação (4.63), obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -s_1^T K_{D1}s_1 - \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} \mathbf{C}_s \tilde{\mathbf{F}}_{desliza} - s_1^T [\tilde{\mathbf{F}}_{adere} + \mathbf{F}_D] \\ & + s_1^T K\tilde{q}_2 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} \mathbf{C}\Delta(\dot{q}_1) \end{aligned} \quad (4.64)$$

Desta forma estão definidas a lei de controle para o subsistema dos elos e a função de Lyapunov para este subsistema. Entretanto ainda não está garantida a estabilidade. Estas equações serão utilizadas posteriormente para prova da estabilidade do sistema completo, onde K_{D1}, Λ_1 e k_e dentro de certas limitações servirão como graus de liberdade do controlador para o projetista obter o desempenho desejado.

Seguimento de Trajetória no Subsistema dos Rotores

Nesta etapa, novamente o objetivo é fazer com que \tilde{q}_2 , que trata-se da perturbação para o subsistema do elo, tenda zero. Sendo u a entrada deste subsistema que aplicada como torque de entrada para lei de controle proposta em (Guenther e Hsu, 1993), isto é,

$$u = Ju_0 + K(q_2 - q_1) - K_{D2}s_2 \quad (4.65)$$

onde u_0 é considerada uma entrada auxiliar de controle, que é projetada com a finalidade de garantir a estabilidade do sistema e que contém os parâmetros relacionados ao robô rígido em seu projeto. A variável s_2 é um erro auxiliar, com o qual pode-se fazer referência ao erro de velocidade do elo s_1 , sendo neste caso relacionada com a velocidade do rotor.

$$s_2 = \dot{\tilde{q}}_2 + \Lambda_2 \tilde{q}_2 \quad (4.66)$$

onde Λ_2 é uma matriz diagonal definida positiva.

Com a definição do erro s_2 é obtida uma possível lei de controle auxiliar u_0 . Substituindo-se a entrada u , equação (4.65), na equação (4.41), uma possível escolha de u_0 é

$$u_0 = \ddot{q}_{2d} - \Lambda_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (4.67)$$

onde ao substituir-se as equações (4.67) e 4.65 na equação (4.41), obtém-se o seguinte equação do sistema em malha fechada:

$$J\dot{s}_2 + K_{D2}s_2 = 0 \quad (4.68)$$

Para análise da estabilidade do subsistema do rotor é definida a seguinte função de Lyapunov:

$$V_2 = \frac{1}{2}s_2^T J s_2 + \frac{1}{2}\tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2 \quad (4.69)$$

onde P_2 é uma matriz definida positiva.

Calculando-se derivada da função de Lyapunov obtém-se

$$\dot{V}_2 = s_2^T J \dot{s}_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (4.70)$$

Isolando-se o termo $J\dot{s}_2$ da equação (4.68) e substituindo-se na equação (4.70)

$$\dot{V}_2 = -s_2^T K_{D2}s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (4.71)$$

Análise da Estabilidade

Para conclusão do método de controle em Cascata com compensação de atrito é considerado o sistema em malha fechada dado por $\Omega = \{(4.1), (4.43), (4.46), (4.65), (4.67)\}$. Para análise da estabilidade deste sistema assume-se que a trajetória desejada q_{1d} e suas derivadas até 4ª ordem são uniformemente limitadas. Além disso, é considerado o caso ideal, onde todos os parâmetros são conhecidos.

Para este caso as propriedades dos erros de convergência são dados de acordo com o seguinte teorema:

Teorema 4.1.3 (Estabilidade) *Quando todos os parâmetros são conhecidos, dado uma condição inicial, os ganhos do controlador (K_{D1} , Λ_1 , K_{D2} , Λ_2 , k_e e k_v) podem ser escolhidos tais que se*

obtenha uma convergência dos erros de seguimento \tilde{q}_1 e $\dot{\tilde{q}}_1$ para um conjunto residual R quando $t \rightarrow \infty$. O conjunto R depende das características do atrito e dos ganhos do controlador

Prova: Considerando uma função de Lyapunov V que é formada a partir das funções apresentadas em cada subsistema, equações (4.60) e (4.69), isto é,

$$V = V_1 + V_2 \quad (4.72)$$

cujo resultado é dado por,

$$V = \frac{1}{2} s_1^T M(q_1) s_1 + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_{desliza} + \frac{1}{2} \tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 + \frac{1}{2} s_2^T J s_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2 \quad (4.73)$$

Reescrevendo a equação (4.73) na forma matricial,

$$V = \frac{1}{2} \rho_1^T N_1 \rho_1 \quad (4.74)$$

onde o vetor de estados dos erros é definido como

$$\rho_1^T = \begin{bmatrix} \tilde{q}_1^T & \dot{\tilde{q}}_1^T & \tilde{q}_2^T & \dot{\tilde{q}}_2^T & \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T \end{bmatrix}$$

e a matriz N_1 é definida como

$$N_1 = \begin{bmatrix} \Lambda_1 M(q_1) \Lambda_1 + P_1 & 2\Lambda_1 M(q_1) & 0 & 0 & 0 \\ 2\Lambda_1 M(q_1) & M(q_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_2 J \Lambda_2 + P_2 & 2\Lambda_2 J & 0 \\ 0 & 0 & 2\Lambda_2 J & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_e^{-1} \end{bmatrix}$$

Calculando-se a derivada da função de Lyapunov V :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -s_1^T K_{D1} s_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 - \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} \mathbf{C}_s \tilde{\mathbf{F}}_{desliza} - s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \\ & - s_1^T [\tilde{\mathbf{F}}_{adere} + \mathbf{F}_D] + \tilde{\mathbf{F}}_{desliza}^T k_e^{-1} \mathbf{C} \Delta(\dot{q}_1) \end{aligned} \quad (4.75)$$

sendo $P_1 = 2\Lambda_1 K_{D1}$ e $P_2 = 2\Lambda_2 K_{D2}$.

Substituindo s_1 , s_2 , P_1 e P_2 na equação (4.75) e reescrevendo \dot{V} em uma forma matricial, equação (4.76), obtém-se a seguinte expressão

$$\dot{V} = -\rho_1^T N_2 \rho_1 + \rho_1^T D(\rho_1) \quad (4.76)$$

onde N_2 e $D(\rho_1)$ são definidas como:

$$N_2 = \begin{bmatrix} \Lambda_1 K_{D1} \Lambda_1 & 0 & -\frac{1}{2} \Lambda_1 K & 0 & 0 \\ 0 & K_{D1} & -\frac{1}{2} K & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} \Lambda_1 K & -\frac{1}{2} K & \Lambda_2 K_{D2} \Lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_e^{-1} \mathbf{C}_s \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

$$D(\rho_1) = \begin{bmatrix} \Lambda_1(\tilde{\mathbf{F}}_{adere} + \mathbf{F}_D) & \tilde{\mathbf{F}}_{adere} + \mathbf{F}_D & 0 & 0 & k_e^{-1} \mathbf{C} \Delta(\dot{q}_1) \end{bmatrix}^T \quad (4.78)$$

Com resultado obtido, $D(\rho_1)$ é definido como uma perturbação causada pelo erro de chaveamento \mathbf{F}_D , o erro presente durante o regime de aderência $\tilde{\mathbf{F}}_{adere}$ e pela diferença residual $\Delta(\dot{q}_1)$, onde esta é zero quando a velocidade $\dot{q}_1 = 0$ e $|\Delta(\dot{q}_1)| < 1$ quando $\dot{q}_1 \neq 0$.

Com a definição de N_2 , algumas condições devem ser satisfeitas, para que esta seja garantida como uma matriz definida positiva. Para isto recorre-se ao Lema de Gershgorin (vide apêndice A.1), do qual são determinadas as condições para o projeto dos ganhos do controlador. Condições para N_2 definida positiva:

1. $\Lambda_2 K_{D2} \Lambda_2 > \frac{1}{2} K (\Lambda_1 + I_n)$
2. $K_{D1} > \frac{1}{2} K$

Com as condições satisfeitas N_2 resulta em uma matriz uniformemente positiva definida, dada por:

$$N_2 \geq \alpha I_n \quad (4.79)$$

onde α é dado por:

$$\alpha = \inf_{t \in [0, T]} \lambda_{min}(N_2) \quad \forall T \geq 0 \quad (4.80)$$

A partir destas definições e recorrendo ao teorema de Rayleigh-Ritz, (vide anexo A.2), pode-se reescrever a equação (4.76) resultando em:

$$\dot{V} \leq -\alpha \|\rho_1\|^2 + \|\rho_1\| \|D(\rho_1)\| \quad (4.81)$$

Assim a partir da definição de $D(\rho_1)$ pode-se estabelecer um limite superior para $\|D(\rho_1)\| \leq \bar{D}$, assim a expressão (4.81) é novamente reescrita, tal que

$$\dot{V} \leq -\alpha \|\rho_1\|^2 + \bar{D}(\rho_1) \|\rho_1\| \quad (4.82)$$

Conforme a expressão (4.82), a condição para \dot{V} definida negativa é

$$\|\rho_1\| > \frac{\bar{D}(\rho_1)}{\alpha} \quad (4.83)$$

Dando continuidade ao teorema de Rayleigh-Ritz, a equação (4.74) resulta

$$V = \frac{1}{2}\rho_1^T N_1 \rho_1 < \frac{1}{2}\lambda_{\max}(N_1) \|\rho_1\| \quad (4.84)$$

Assim substituindo-se a condição (4.83) na equação (4.84) verifica-se que a região em que \dot{V} é negativa é limitada por uma constante. Para análise da estabilidade, ao se verificar as condições (4.82) e (4.84) percebe-se que a norma do vetor de erros $\|\rho_1\|$ tende a um conjunto residual quando $t \rightarrow \infty$. Este conjunto depende do valor do limite da perturbação $\bar{D}(\rho_1)$ e do valor de α definido em (4.80).

Assim é concluído o projeto do controlador em Cascata, onde os parâmetros de ajuste do controlador são dados por: K_{D1} e Λ_1 relacionados ao subsistema dos elos, K_{D2} e Λ_2 relacionados ao subsistema dos rotores e k_e relacionado ao observador de atrito de *Maxwell-Slip* Generalizado.

4.2 Controlador *Backstepping* Integrador

Nesta seção é apresentado o método de controle *Backstepping* integrador com o objetivo de seguimento de trajetória com compensação de atrito. O *Backstepping* é um método recursivo, que conecta a escolha de uma função de Lyapunov com o projeto de uma lei de controle em cada etapa do processo. Esta é a principal vantagem deste método, visto que minimiza a dificuldade de se determinar uma função de Lyapunov para todo sistema, enquanto viabiliza-se o projeto de controle para subsistemas de ordem menor.

O algoritmo consiste na definição de subsistemas, nos quais são definidos certos estados como entradas. Para estas entradas é realizado o projeto dos chamados "controles virtuais" que estabilizam seus respectivos subsistemas. A idéia principal é partir do subsistema mais afastado da entrada de controle, projetar uma realimentação através da definição de uma função candidata de Lyapunov que estabilize o mesmo. Assim, de forma recursiva, adicionando-se um integrador ao erro relacionado à pseudo-entrada de controle e à variável de entrada, garante-se a estabilidade global do sistema (Kokotovic, 1991). Logo, para aplicação do método, o sistema da equação (4.6) é reescrito na forma

de equações de estado:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -M^{-1}(x_1)[C(x_1, x_2)x_2 + K(x_1 - x_3) + F(x_2) + G(x_1)] \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= J^{-1}K(x_1 - x_3) + J^{-1}u\end{aligned}\tag{4.85}$$

onde $x^T = [q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2]$ representa as coordenadas generalizadas do espaço de juntas.

Para aplicação do método é considerado uma transformação na entrada de controle, equação (4.86), de forma a obter $\dot{x}_4 = v_a$, onde

$$v_a = J^{-1}K(x_1 - x_3) + J^{-1}u\tag{4.86}$$

Reescrevendo-se o sistema da equação (4.85) de forma generalizada do *Backstepping* Integrador, têm-se

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_0(x_1) + g_0(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}_3 &= f_2(x_1, x_2, x_3) + g_2(x_1, x_2, x_3)x_4 \\ \dot{x}_4 &= v_a\end{aligned}\tag{4.87}$$

A seguir são apresentados os passos para obtenção do controlador baseado na técnica do *Backstepping*.

4.2.1 Primeiro Passo

Para o início do algoritmo é escolhido como primeiro subsistema o estado mais afastado da entrada. Sendo assim o subsistema 1 é dado por

$$\dot{x}_1 = x_2\tag{4.88}$$

Onde é definido como entrada de controle "virtual" para este subsistema é escolhida a variável de estado x_2 , da seguinte forma:

$$x_2 = \alpha_1\tag{4.89}$$

Neste caso, como o objetivo é o seguimento de trajetória, é escolhida como saída o erro de posição $y_1 = x_1 - x_{1d}$, a qual atende às exigências de passividade segundo (Sepulchre e Kokotovic,

1997). Após a definição do subsistema, entrada e saída, a próxima etapa é projetar uma estratégia de controle α_1 que estabilize este subsistema. Para tal é escolhida a função de Lyapunov V_1 , tal que

$$V_1 = \frac{1}{2} y_1^T y_1 \quad (4.90)$$

cujas derivadas correspondem a:

$$\dot{V}_1 = y_1^T \dot{y}_1 = (x_1 - x_{1d})^T (\alpha_1 - x_{2d}) \quad (4.91)$$

Para garantir \dot{V}_1 definida negativa, uma possível escolha para α_1 é:

$$\alpha_1 = x_{2d} - K_1 y_1 \quad (4.92)$$

onde K_1 é uma matriz diagonal positiva de ganhos. Assim substituindo a equação (4.92) na equação (4.91) obtém-se a seguinte função definida negativa

$$\dot{V}_1 = -y_1^T K_1 y_1 \quad (4.93)$$

Portanto, como \dot{V}_1 é definida negativa, temos que o erro y_1 tende a zero quando t cresce. Entretanto, essa estabilização é conseguida supondo-se que x_2 é a entrada de controle, o que não é o caso. Assim no passo seguinte, o objetivo é encontrar uma lei de controle que deverá fazer com que x_2 tenda para α_1 garantindo-se assim realmente a estabilização deste subsistema.

4.2.2 Segundo Passo

Para que os estados do passo anterior converjam para a origem é necessário que a condição de $\alpha_1 = x_2$ seja satisfeita. Assim, para garantir esta atribuição a este novo subsistema define-se como saída $y_2 = x_2 - \alpha_1$, que corresponde ao erro que existe entre a variável real x_2 e a variável desejada α_1 . A partir desta definição é escrito o subsistema 2, equação (4.94), como a devida mudança de variáveis

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_2 + \alpha_1 \\ \dot{y}_2 &= -M^{-1}(x_1)[M(x_1)\dot{\alpha}_1 + C(x_1, x_2)(y_2 + \alpha_1) + F_f(x_2) + G(x_1) + Kx_1] + M^{-1}(x_1)Kx_3 \end{aligned} \quad (4.94)$$

Como no caso anterior, agora $x_3 = \alpha_2$ é a entrada de controle "virtual" e uma nova função de Lyapunov V_2 é escolhida conforme a equação (4.95). A escolha das funções de Lyapunov não é

única, neste caso remete-se a função energia do robô rígido acrescentada do termo relacionado ao erro de estimação da deflexão média \tilde{z} .

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}y_2^T M(x_1)y_2 + \frac{1}{2}\tilde{z}^T k_e^{-1}\tilde{z} \quad (4.95)$$

Calculando-se a derivada de V_2 obtém-se:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \Big|_{x_2=\alpha_1} + \frac{\partial V_1^T}{\partial y_1} y_2 + y_2^T M(x_1)\dot{y}_2 + \frac{1}{2}y_2^T \frac{dM(x_1)}{dt} y_2 + \tilde{z}^T k_e^{-1}\dot{\tilde{z}} \quad (4.96)$$

Utilizando-se a propriedade da anti-simetria e substituindo-se na equação (4.96) o termo $M(x_1)\dot{y}_2$ da equação (4.94), obtém-se

$$\dot{V}_2 = -y_1^T K_1 y_1 + y_2^T [y_1 - M(x_1)\dot{\alpha}_1 - C(x_1, x_2)\alpha_1 - F_f(x_2) - G(x_1) - K(x_1 - \alpha_2)] + \tilde{z}^T k_e^{-1}\dot{\tilde{z}} \quad (4.97)$$

onde $\dot{\tilde{z}}$ é definido conforme o observador de estados. Neste caso do controlador *Backstepping* é utilizado o observador apresentado na seção 4.1, equação (4.11). A única modificação necessária é de variável, onde s_1 é substituído por y_2 , já que estas duas variáveis apresentam o mesmo significado do ponto de vista dos sinais. Desta forma obtemos o seguinte conjunto de equações para o observador:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= \dot{q}_1 - \sigma_0 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} - k_e \sigma_0 s_1 \\ m(\dot{q}_1) &= \frac{2}{\pi} \dot{q}_1 \arctan(k_v \dot{q}_1) \\ \tilde{F}_f(x_2) &= F_f(x_2) - \hat{F}_f(x_2) = \sigma_0 \tilde{z} + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} \\ \dot{\tilde{z}} &= \dot{z} - \dot{\hat{z}} = -\sigma_0 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} - \sigma_0 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z + k_e \sigma_0 y_2 \end{aligned} \quad (4.98)$$

Com as definições de $\tilde{F}_f(x_2)$ e $\dot{\tilde{z}}$ apresentadas em (4.98), é possível projetar uma lei de controle virtual α_2 , tal que \dot{V}_2 seja definida negativa. Sendo assim, considerando todos os parâmetros conhecidos, obtém-se:

$$\alpha_2 = x_1 + K^{-1}(-y_1 + M(x_1)\dot{\alpha}_1 + C(x_1, x_2)\alpha_1 + G(x_1) + \hat{F}_f - K_2 y_2) \quad (4.99)$$

onde \hat{F}_f é a estimação do torque de atrito e K_2 é matriz diagonal de ganhos definida positiva. Com a respectiva escolha de α_2 , \dot{V}_2 resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -y_1^T K_1 y_1 - y_2^T (K_2 + k_e \sigma_0 \sigma_1) y_2 + y_2^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(x_2)}{g(x_2)} \tilde{z} - \tilde{z}^T k_e^{-1} \frac{m(x_2)}{g(x_2)} \tilde{z} \\ &\quad + y_2^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{\Delta(x_2)}{g(x_2)} z - \tilde{z}^T k_e^{-1} \frac{\Delta(x_2)}{g(x_2)} z \end{aligned} \quad (4.100)$$

onde $\Delta(x_2) = |x_2| - m(x_2)$. Como realizado no projeto do controlador em Cascata recorre-se ao teorema de Rayleigh-Ritz. Para tal são reescritas as funções (4.95) e (4.100) na forma matricial.

$$V_2 = \nu_2^T Q_{21} \nu_2 \quad (4.101)$$

$$\dot{V}_2 = -\nu_2^T Q_{22} \nu_2 + \nu_2^T D_2(\nu_2) \quad (4.102)$$

onde Q_{21} , Q_{22} , ν_2 e D_2 são definidos como:

$$Q_{21} = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 \\ 0 & M(x_1) & 0 \\ 0 & 0 & k_e^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

$$Q_{22} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & (K_2 + \sigma_0 \sigma_1 k_e) & -\frac{1}{2} \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(x_2)}{g(x_2)} \\ 0 & -\frac{1}{2} \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(x_2)}{g(x_2)} & k_e^{-1} \sigma_0 \frac{m(x_2)}{g(x_2)} \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

$$\nu_2 = \begin{bmatrix} y_1^T & y_2^T & \tilde{z}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.105)$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_0 \sigma_1 \frac{\Delta(x_2)}{g(x_2)} z & -k_e^{-1} \sigma_0 \frac{\Delta(x_2)}{g(x_2)} z \end{bmatrix}^T \quad (4.106)$$

Desta forma para garantia da estabilidade deste subsistema é necessário primeiramente garantir Q_{22} definida positiva. Relembrando que K_2 e k_e são os ganhos do controlador e os demais termos são parâmetros do sistema. Para o ajuste destes ganhos algumas condições devem ser observadas. Para tal, utiliza-se o Lema de Gersgorin apêndice A.1, onde as condições para à serem satisfeitas são:

1. $k_e < \frac{2}{\sigma_1}$
2. $K_2 > \sigma_0 \sigma_1 \left(\frac{1}{2} \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} - k_e \right)$

Com estas condições satisfeitas, pode-se reescrever Q_{22} como uma matriz uniformemente positiva,

$$Q_{22} \geq \beta_2 I_n$$

onde β_2 é definido como:

$$\beta_2 = \inf_{t \in [0, T]} \lambda_{\min}(Q_{22}) \quad \forall T \geq 0 \quad (4.107)$$

Sendo $\lambda(\cdot)$ função de autovalores de uma matriz, aplica-se as definições acima descritas na função \dot{V}_2 definida em (4.102).

$$\dot{V}_2 \leq -\beta_2 \|\nu_2\|^2 + \|\nu_2\| \|D_2(\nu_2)\| \quad (4.108)$$

De acordo com (4.106), é possível estabelecer um limite superior para $\|D_2(\nu_2)\|$ tal que

$$\|D_2(\nu_2)\| \leq \bar{D}_2$$

Assim reescreve-se a equação (4.108) considerando a definição acima

$$\dot{V}_2 \leq -\beta_2 \|\nu_2\|^2 + \bar{D}_2(\nu_2) \|\nu_2\| \quad (4.109)$$

Com isso a condição para \dot{V}_2 ser negativa é dada por:

$$\|\nu_2\| > \frac{\bar{D}_2}{\beta_2} \quad (4.110)$$

Conforme o teorema de Rayleigh-Ritz a equação (4.101) resulta em:

$$V_2 = \frac{1}{2} \nu_2^T Q_{21} \nu_2 < \frac{1}{2} \lambda_{max}(Q_{21}) \|\nu_2\|^2 \quad (4.111)$$

Substituindo a condição (4.110) na expressão (4.111) verifica-se que a região em que V é positiva é limitada por um valor constante. Assim é verificado que $\|\nu_2\|$ tende a um conjunto residual quanto $t \rightarrow \infty$. O tamanho deste conjunto é dependente da perturbação D_2 e do valor de β_2 (equação (4.107)). Através desta análise constata-se que o vetor de erros de posição y_1 e o vetor de erros de velocidades filtrado y_2 tende a um conjunto residual quanto $t \rightarrow \infty$.

Desta forma, k_e e K_2 são apresentados como ganhos para estabilidade deste subsistema. Novamente, temos como resultado o fato de que $\dot{V}_2 \leq 0$ para uma escolha de controle virtual α_2 que, na realidade, não é uma entrada de controle propriamente dita. No próximo passo, será feita a escolha de controle virtual que assegure a obtenção de α_2 desejado.

4.2.3 Terceiro Passo

Dando continuidade ao método, define-se como a saída deste subsistema $y_3 = x_3 - \alpha_2$. Neste caso, y_3 pode ser tratado como o erro de posição dos rotores, sendo α_2 a trajetória de referência para

os mesmos. A partir desta definição o novo subsistema é dado por:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= y_2 + \alpha_1 \\ \dot{y}_2 &= -M^{-1}(x_1)[M(x_1)\dot{\alpha}_1 + C(x_1, x_2)x_2 + Kx_1 + F_f(x_2) + G(x_1)] - \dot{\alpha}_1 + M^{-1}(x_1)K(y_3 + \alpha_2) \\ \dot{y}_3 &= -\dot{\alpha}_2 + x_4\end{aligned}\tag{4.112}$$

Para este subsistema é escolhida a seguinte função de Lyapunov:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}y_3^T y_3\tag{4.113}$$

Calculando-se a derivada de V_3 :

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 \Big|_{x_3=\alpha_2} + \frac{\partial V_2^T}{\partial y_2} y_3 + y_3^T \dot{y}_3\tag{4.114}$$

Seguindo o algoritmo substitui-se \dot{y}_3 . Assim, o objetivo é projetar a lei de controle α_3 , tal que $x_4 = \alpha_3$. Desta forma, uma possível escolha de α_3 é:

$$\alpha_3 = -Ky_2 + \dot{\alpha}_2 - K_3 y_3\tag{4.115}$$

Definindo-se um vetor ν_3 , tal que,

$$\nu_3^T = \begin{bmatrix} y_1^T & y_2^T & \tilde{z}^T & y_3^T \end{bmatrix}$$

substituindo-se a estratégia de controle α_3 em \dot{V}_3 e escrevendo-se na forma matricial obtém-se

$$\dot{V}_3 = -\nu_3^T Q_{32} \nu_3 + \nu_3^T D_3(\nu_3)\tag{4.116}$$

onde Q_{32} e $D_3(\nu_3)$ são definidos como:

$$Q_{32} = \begin{bmatrix} Q_{22} & 0 \\ 0 & K_3 \end{bmatrix}$$

$$D_3(\nu_3) = \begin{bmatrix} D_2(\nu_2) & 0 \end{bmatrix}^T$$

Conforme mostrado no passo anterior o vetor de erros ν_3 tenderá a um conjunto residual de acordo com que $t \rightarrow \infty$. Isto em decorrência da perturbação D_2 e nesta etapa incorporada por D_3 . Desta forma a partir da matriz de ganhos K_3 também é garantida a estabilidade para este subsistema.

4.2.4 Quarto Passo

O último passo é definir a saída deste subsistema e também a lei de controle u que gerando α_1 , α_2 e α_3 , garantirá que os controles virtuais serão satisfeitos e pela estrutura da estratégia, o sistema como um todo será estável e assim as saídas seguirão a trajetória desejada. Como nos anteriores, o erro entre a referência determinada α_3 e o estado correspondente é $y_4 = x_4 - \alpha_3$. Com o cascadeamento de subsistemas, obtém-se o subsistema final:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= y_2 + \alpha_1 \\ \dot{y}_2 &= -M^{-1}(x_1)[C(x_1, x_2)x_2 + K(x_1) + F_f(x_2) + G(x_1)] - \dot{\alpha}_1 + M^{-1}(x_1)K(y_3 + \alpha_2) \\ \dot{y}_3 &= -\dot{\alpha}_2 + y_4 + \alpha_3 \\ \dot{y}_4 &= -\dot{\alpha}_3 + v_a\end{aligned}\tag{4.117}$$

onde V_a é definida como entrada do sistema e apresenta conexão direta com a entrada de controle real do sistema robótico (equação (4.86)). Para este subsistema é escolhida a seguinte função de Lyapunov:

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}y_4^T J y_4\tag{4.118}$$

Calculando-se a derivada de V_4

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 \Big|_{x_4=\alpha_3} + \frac{\partial V_3^T}{\partial y_3} y_4 + y_4^T J \dot{y}_4\tag{4.119}$$

e substituindo \dot{y}_4 na equação (4.119), realiza-se o projeto final de v_a tal que \dot{V}_4 seja definida negativa. Tal função pode ser escolhida como:

$$v_a = \dot{\alpha}_3 + J^{-1}(-y_3 - K_4 y_4)\tag{4.120}$$

Assim, define-se um vetor λ_4 , tal que,

$$\lambda_4^T = \begin{bmatrix} y_1^T & y_2^T & \dot{z}^T & y_3^T & y_4^T \end{bmatrix}$$

e substituindo-se a estratégia de controle α_3 em \dot{V}_3 e escrevendo-se na forma matricial obtém-se:

$$\dot{V}_4 = -\nu_4^T Q_{42} \nu_4 + \nu_4^T D_4(\nu_4)\tag{4.121}$$

onde Q_{42} e $D_4(\nu_4)$ são definidos como:

$$Q_{42} = \begin{bmatrix} Q_{32} & 0 \\ 0 & K_4 \end{bmatrix}$$

$$D_4(\nu_4) = \begin{bmatrix} D_3(\nu_3) & 0 \end{bmatrix}^T$$

Com isso é concluído o método de controle *Backstepping* com a última matriz de ganhos de projeto K_4 . Assim garantindo-se a estabilidade de cada um dos subsistemas, através do conceito de recursividade do *Backstepping*, é garantido a estabilidade para todo o sistema (Kokotovic, 1991). Sendo a lei de controle definida como:

$$u = J\dot{\alpha}_3 - y_3 - K_4 y_4 + K(x_3 - x_1) \quad (4.122)$$

4.3 Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas duas técnicas de controle como solução para o problema de seguimento de trajetória em robôs com flexibilidade nas juntas. Estas metodologias foram adaptadas para que, através da consideração de um modelo de atrito, seja possível a compensação desta dinâmica para o atendimento dos requisitos de estabilidade e desempenho.

Através dos desenvolvimentos matemáticos na aplicação dos controladores em Cascata e *Backstepping* com compensação de atrito é verificado que os erros de seguimento tendem a um conjunto residual enquanto o tempo tende ao infinito. Com a verificação desta convergência dos erros fica provado a estabilidade dos sistemas em malha fechada.

Além disso, é introduzido o controlador em Cascata considerando o modelo de atrito GMS. Para este caso é proposto um observador de atrito, cujo resultado da prova de estabilidade é semelhante ao da aplicação do modelo de LuGre.

Capítulo 5

Bancada Experimental

Entre os estudos mais recentes realizados na área da robótica está a validação de modelos matemáticos que descrevem diferentes fenômenos físicos. A busca da integração entre a teoria e a prática faz com que bancadas sejam montadas, a fim de que estes fenômenos sejam estudados (Albu-Schäffer e Hirzinger, 2000; Spong e Vidyasagar, 1989). Neste caso através de molas fazendo o acoplamento entre os rotores e os elos, foi concebido o robô utilizado neste trabalho.

Neste capítulo é dado um enfoque sobre a parte experimental, bem como na contribuição para o estudo da flexibilidade e na validação das técnicas de controle empregadas para compensação do fenômeno do atrito.

Neste capítulo é descrito o cenário preparado para a execução dos experimentos apresentados neste trabalho. Esta bancada experimental está instalada no LAI (Laboratório de Automação Industrial) do Departamento de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

Além da descrição da bancada é apresentada a definição do modelo empregado, juntamente com os parâmetros utilizados.

5.1 Protótipo

A seguir é apresentada a descrição de todas as partes que compõem o robô, desde a sua estrutura mecânica e a instrumentação envolvida para que o sistema de controle possa ser empregado.

5.1.1 Estrutura Mecânica

O sistema mecânico é mostrado na figura 5.1. Trata-se de um manipulador com dois graus de liberdade, onde os elos são rígidos e as juntas são flexíveis. As juntas por sua vez são de rotação, restringindo o movimento ao plano horizontal. Desta forma, os termos gravitacionais não fazem parte da dinâmica do sistema. O primeiro elo tem seu atuador posicionado sobre o suporte de aço, o qual também sustenta o eixo de rotação do mesmo. De forma análoga, o atuador do segundo elo está fixado sobre o primeiro.

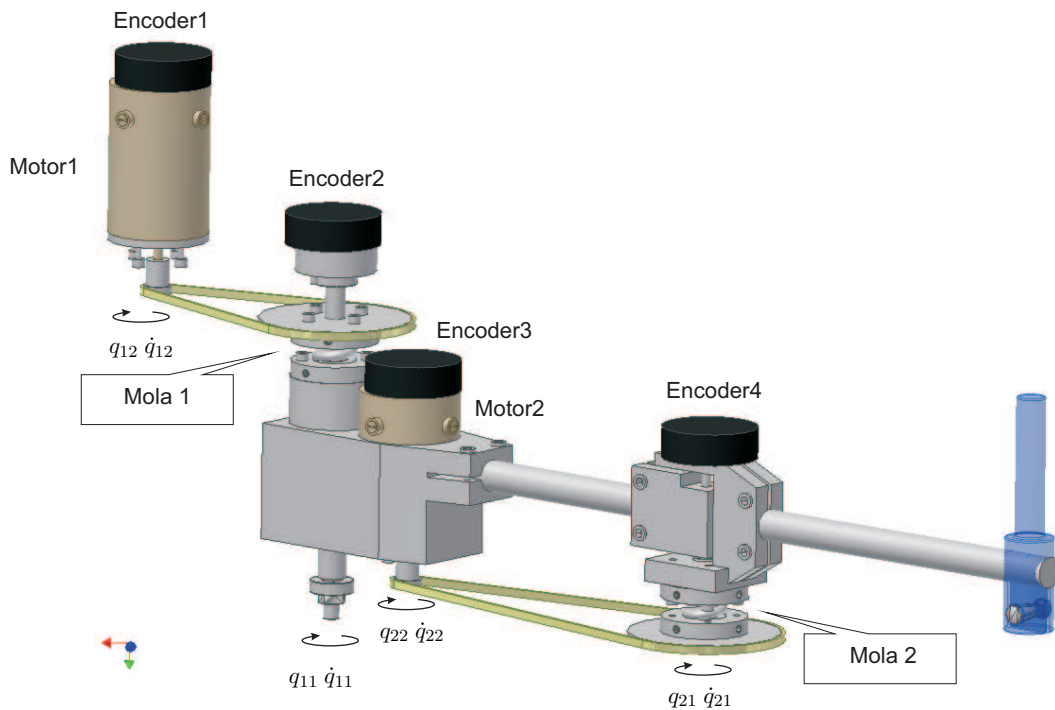


Figura 5.1: Desenho esquemático da estrutura mecânica

A transmissão do movimento realizado pelo atuador ao elo é realizada através de uma corrente que liga duas polias dentadas. A polia de diâmetro maior é fixada em uma das extremidades de uma mola, sendo a outra extremidade fixada ao elo correspondente. Esta forma de acoplamento causa alguns efeitos significativos para identificação do atrito, como será mostrado no capítulo 3. Para este trabalho, a transmissão da corrente é considerada rígida, isto é, sem nenhum tipo de deformação do cabo de aço, que a compõe, sendo o efeito da flexibilidade dedicado totalmente à mola.

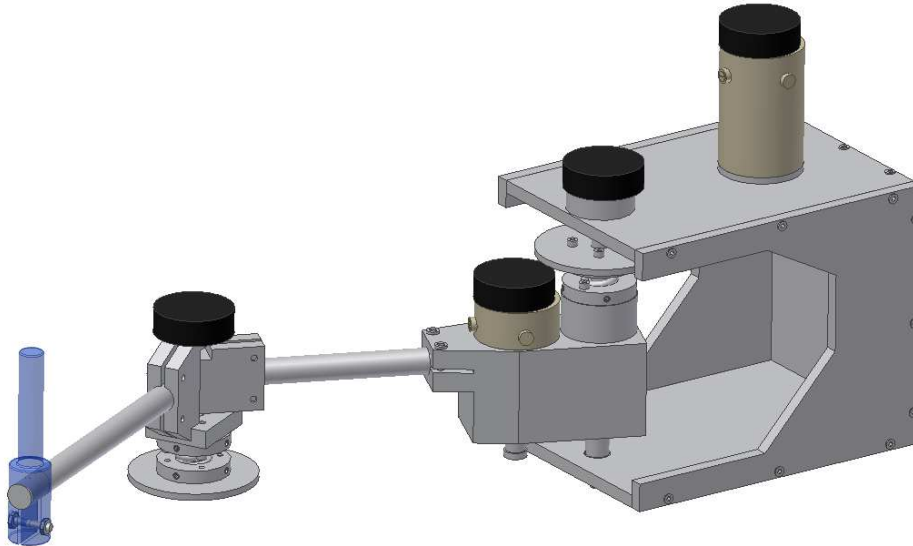


Figura 5.2: Desenho esquemático da estrutura mecânica

5.1.2 Atuadores

Cada uma das juntas é movimentada através de servomotores DC com escovas de imã permanente, que são fabricados pela INLAND MOTORS, cada um contém um encoder ótico acoplado ao seu eixo. Os parâmetros de manual estão apresentados no apêndice C.2.

Para o acionamento dos motores foi necessário implementar uma placa de interface que realizasse a integração dos sinais da placa de aquisição (baixa potência) com as tensões nos motores (alta potência). Para isto foi escolhido o componente L298N que se caracteriza por dois drivers de potência do tipo *Full-Bridge*. Para satisfazer as especificações de corrente no motor foram utilizadas estas duas pontes em paralelo, aumentando assim a capacidade de corrente necessária. O circuito desta placa é apresentado no apêndice C.2.1. Além desta interface, foi implementado também o circuito de aquisição da corrente no motor. Este circuito, consiste basicamente de um resistor *shunt* em série com o motor e um circuito de filtro passa-baixa com um ganho tal que o sinal de corrente seja compatível com a entrada analógica da placa de aquisição e com a frequência de corte sintonizada para cinco vezes menor que a frequência de chaveamento da ponte amplificadora ($f_s = 30KHz$).

Os parâmetros dos motores utilizados nos algoritmos de controle foram determinados a partir de ensaios. Os resultados dos mesmos estão descritos no apêndice C.2.2. Entre os parâmetros identi-

ficados estão a relação de entre torque e corrente k_t e a relação entre tensão e corrente em função da velocidade $k_g(\dot{q}_2)$.

5.1.3 Encoders Ópticos

Este protótipo foi concebido para fins didáticos para o incremento nos estudos relacionados com a flexibilidade nas juntas. Neste sentido, tal protótipo está instrumentado para disponibilizar, através dos encoders ópticos, as medições de posição tanto dos elos quanto dos rotores. O tipo, a localização e a resolução de cada um deles é apresentado na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Encoders Instalados

Localização	Encoder		
	Módulo	Disco Ótico	Resolução
Rotor 1	HEDS-6010	HEDS-5140/A6	1024
Elo 1 *	Hohner 7510-0622-1000		1000
Rotor 2	HEDS-9040	HEDS-5140/A6	1024
Elo 2	HEDS-6010	HEDS-5140/A6	1024

* Módulo completo.

Para leitura das posições foi implementada uma placa de interface entre os encoders e a placa de aquisição. Nesta placa, apêndice C, é utilizado o circuito integrado decodificador em quadratura HCTL-2032 para realizar as contagens dos pulsos e armazená-las para a posterior leitura pela sistema computacional a cada ciclo de tempo real. Cada circuito integrado possui dois canais de leitura de encoder, sendo a leitura realizada através de uma máquina de estados baseada nos sinais de controle do circuito integrado HCTL-2032.

Para obtenção da velocidade a partir das medições de posição dos encoders instrumentados, foi implementado o algoritmo proposto por Bellini *et al.* (2003). Este algoritmo implementa um filtro digital baseado no Filtro de Kalman Estático (SKF). Através deste filtro obteve-se uma redução significativa dos ruídos de estimação da velocidade em comparação com outros métodos, como por exemplo, aproximação de Euler, aproximações por interpolações e filtros de primeira ordem.

5.2 Unidade de Processamento

Para o processamento dos algoritmos de controle é utilizado um computador pessoal (PC) com sistema operacional Linux distribuição Fedora Core 4 instalado. Para a integração entre os sinais dos

periféricos e os métodos de controle são utilizadas algumas ferramentas:

- *Comedi (Control and Measurement Device Interface)*: um pacote com *drivers*, biblioteca de funções e API (*Application Programming Interface*) para interação entre placas de aquisição e o sistema de tempo real. Neste trabalho é utilizado o suporte deste pacote à placa *PCL-812PG* do fabricante *Advantech Automation Corporation* ((Advantech Automation Corporation, 2006));
- *RTAI (Real-Time Application Interface)*: consiste em um *patch* para o *kernel* do linux convencional, que torna-o capaz de prover suporte à tarefas de tempo real críticas (Racciu, 2006).
- *Scilab*: é um software *CACSD (Computer Aided Control System Design)* para computação numérica. Entre suas funções está a ferramenta *Scicos*, um editor de diagrama de blocos, onde são implementadas as configurações do sistema e automaticamente gera e compila o código com as aplicações a serem executadas no sistema de tempo real (Bucher e Balemi, 2005).
- *Rtai-Lib*: é um conjunto com os blocos do *Scicos* designados para as aplicações de tempo real, tendo para isto o suporte do *RTAI*. Neste conjunto foram adicionados os novos blocos implementados com as funções de leitura dos encoders, acionamento dos atuadores e algoritmos de controle.

Neste ponto cabe ressaltar que todos os softwares empregados são livres e de código aberto, demonstrando uma alternativa aos softwares comerciais já estabelecidos.

5.2.1 Scilab/Scicos

Com o objetivo de tornar o sistema o mais flexível possível, optou-se pela estruturação da programação através da linguagem de diagramas de blocos disponível através da ferramenta de modo gráfico *Scicos*, onde cada uma das partes que constituem o sistema é modelada através de blocos específicos.

Para cada bloco modelado é associado um conjunto de funções (funções computacionais) (Nikoukhah, R. and Steer, S., 1998), que são incorporadas ao código final através da execução de gerador de códigos da ferramenta *Scicos*. O propósito e a sequência com que são executadas estas funções está apresentado na figura 5.3.

Para o sistema do robô com juntas flexíveis houve a necessidade da implementação dos seguintes blocos:

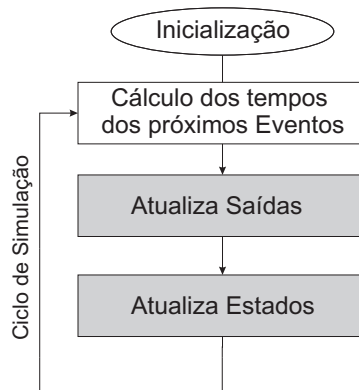


Figura 5.3: Fluxograma de execução das funções computacionais

- **Bloco dos Encoders:** Disponibiliza os dados de leitura de posição dos rotores e dos elos através da execução da máquina de estados que corresponde a troca dos bits de controle dos decodificadores em quadratura. Esta troca é realizada através das portas de entrada e saídas digitais da placa de aquisição;
- **Bloco dos Atuadores:** Recebe os valores correspondente as tensões desejadas nos motores, calcula os níveis de tensão apropriados para que a saída analógica da placa de aquisição entregue para o circuito de acionamento das chaves da ponte amplificadora;
- **Bloco das Trajetórias:** Calcula as trajetórias de referência para as coordenadas dos elos, bem como suas derivadas necessárias;
- **Bloco Controlador:** processa os algoritmos de controle a partir dos dados recebidos pelos blocos dos encoders e das trajetórias resultando assim nos valores de tensões desejados para o bloco dos atuadores;
- **Bloco Aquisição de Dados:** Armazena as variáveis desejadas do sistema e gera um arquivo no formato .dat com os respectivos dados;

Na figura 5.4 é apresentado o conjunto de blocos que compõe a biblioteca com as funções de suporte de tempo real do Rtai-Lib, juntamente com os blocos personalizados. Para a aplicação de interesse são escolhidos determinados blocos e inseridos no arquivo .cos (extensão para arquivos de simulação do Scicos). Definido o sistema a ser executado é gerado o código e a posterior execução da aplicação.

Um exemplo de aplicação dos diagrama de blocos é mostrado na figura 5.5, onde uma das janelas do editor de blocos Scicos descreve cada uma das funções dos blocos envolvidos, possibilitando observar o sistema completo com suas respectivas partes.

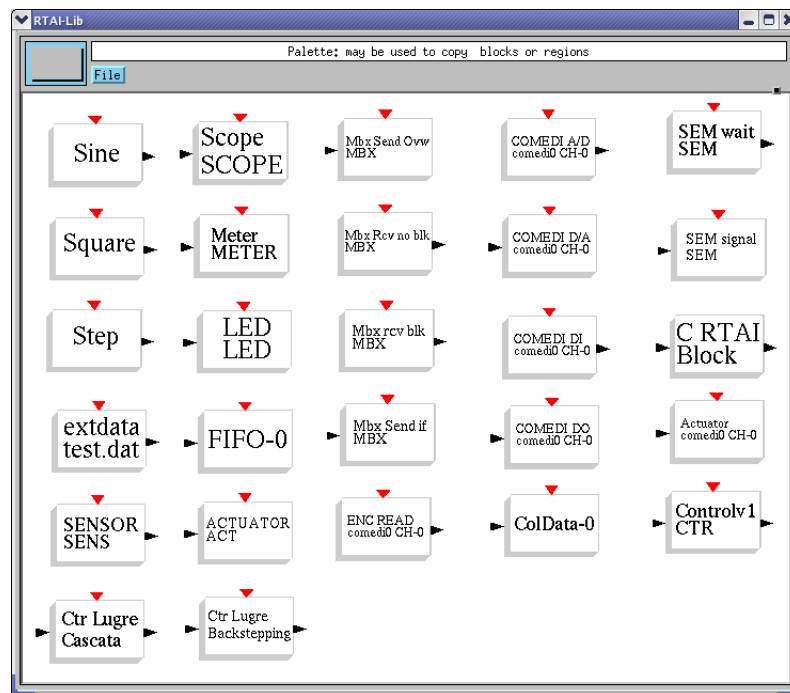


Figura 5.4: Rtaí-Lib: Blocos originais juntamente com os personalizados

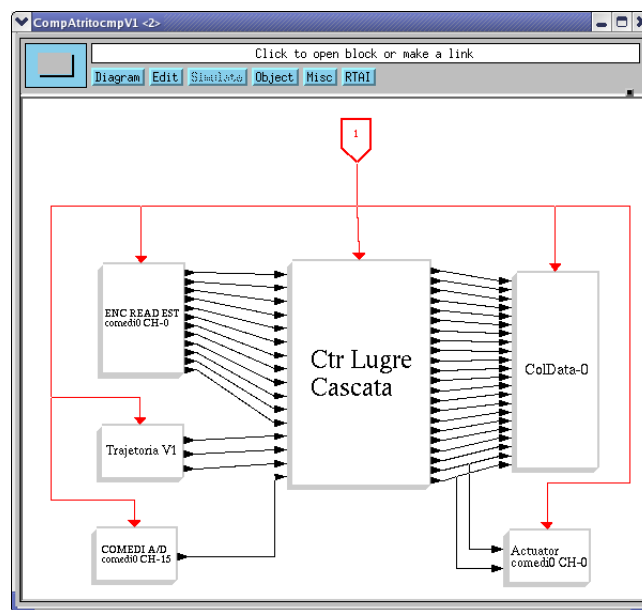


Figura 5.5: Scicos

5.3 Modelo do Robô

O modelo tratado neste trabalho é descrito por (Spong e Vidyasagar, 1989) e detalhado no capítulo 2. Este modelo, equação (5.1), tem como propriedade a separação do sistema em duas partes: subsistema dos elos e subsistema dos rotores.

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + K(q_1 - q_2) + F &= 0 \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) &= u \end{aligned} \quad (5.1)$$

As matrizes da equação (5.1) serão definidas a partir da configuração do protótipo mostrado na figura 5.6. Nesta figura constam os parâmetros levantados por (Ramirez, 2003) para obtenção do modelo. Aos parâmetros considerados em (Ramirez, 2003) foram acrescentados as inércias e massas das polias dentadas (*sprockets*). Este acréscimo foi necessário devido a erros paramétricos obtidos na validação dos algoritmos de atrito (vide capítulo 3). Para o caso deste protótipo os torque gravitacionais $G(q_1)$ são nulos.

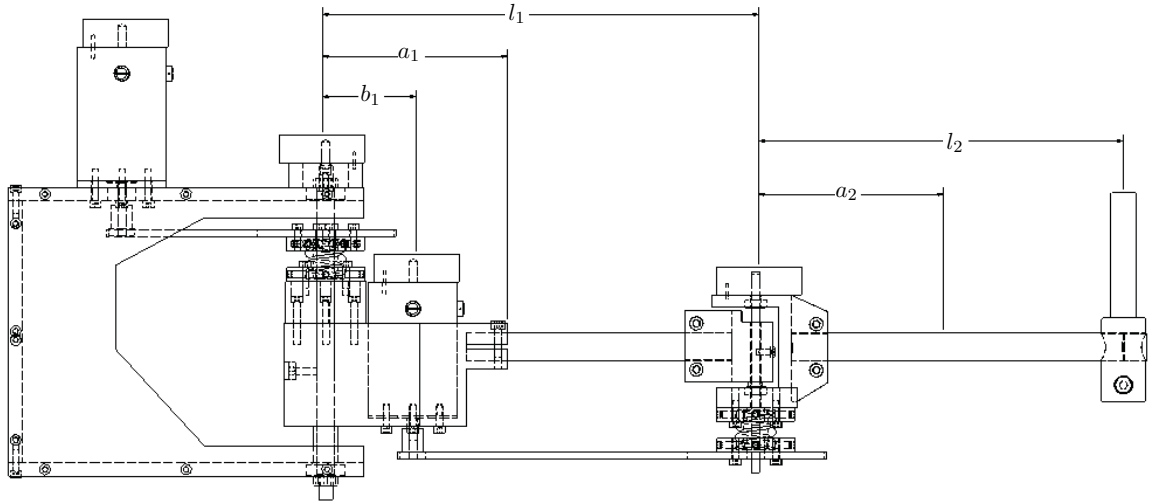


Figura 5.6: Estrutura e Parâmetros do Robô

Com a definição do modelo, as matrizes que o constituem são definidas da seguinte forma:

- Matriz de Inércia dos Elos:

$$M = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_3 b_1^2 + m_2 a_1^2 + m_4 (l_1^2 + a_2^2 + 2l_1 a_2 \cos(q_{12})) + m_5 l_1^2 + J_{s2} + J_2 & I_2 + m_4 (a_2^2 + l_1 a_2 \cos(q_{12})) \\ I_2 + m_4 (a_2^2 + l_1 a_2 \cos(q_{12})) & I_2 + m_4 a_2^2 \end{bmatrix}$$

- Matriz de Inércia dos Rotores:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 + J_{s1} & 0 \\ 0 & J_2 + J_{s2} \end{bmatrix}$$

- Matriz de *Coriolis* e Centrífugos:

$$C(q_1, \dot{q}_1) = \begin{bmatrix} h\dot{q}_{12} & h\dot{q}_{11} + h\dot{q}_{12} \\ -h\dot{q}_{11} & 0 \end{bmatrix}$$

Onde $h = -m_2 l_1 a_2 \sin(q_{12})$

- Matriz de Coeficientes de Rigidez das Molas:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$$

- Vetor de Torques de Atrito:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

- Vetor de Torques de Entrada dos Rotores:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

5.3.1 Parâmetros do Manipulador

Os procedimentos para levantamento dos valores dos parâmetros utilizados nas matrizes da equação (5.1) estão apresentados em (Ramirez, 2003). Como mencionado anteriormente, foram realizadas as medições adicionais das massas dos *sprockets* juntamente com suas inércias. Os resultados finais estão apresentados na tabela 5.2.

Tabela 5.2: Parâmetros Nominiais dos Motores

Parâmetros	Valor	Descrição
m_1	0.314 kg	massa rotor 1
m_2	3.179 kg	massa elo 1
m_3	0.314 kg	massa rotor 2
m_4	0.769 kg	massa elo 2
m_5	0.434 kg	massa sprocket 1
m_6	0.434 kg	massa sprocket 2
I_1	0.0243 kgm ²	inércia elo 1
I_2	0.0068 kgm ²	inércia elo 2
J_1	0.000653 kgm ²	inércia rotor 1
J_2	0.000653 kgm ²	inércia rotor 2
J_{s1}	0.0004069 kgm ²	inércia sprocket 1
J_{s2}	0.0004069 kgm ²	inércia sprocket 2
l_1	0.320 m	comprimento elo 1
l_2	0.267 m	comprimento elo 2
a_1	0.059 m	distância do centro de massa elo 1
a_2	0.064 m	distância do centro de massa elo 2
b_1	0.061825 m	distância do motor 2 ao eixo de rotação elo 1
n_1	5	relação de transmissão junta 1
n_2	5	relação de transmissão junta 2
J_{mp}	0.0005 kgm ²	inércia do efetuador
m_{mp}	0.116 kg	massa do efetuador
K_1	6.77 Nm/rad	constante de rigidez da mola da junta 1
K_2	10.81 Nm/rad	constante de rigidez da mola da junta 2

Cabe ressaltar que os valores presentes nesta tabela relacionados ao subsistema dos rotores foram refletidos para os eixos de rotação apresentados na figura 5.6, considerando-se assim a relação de transmissão de forma implícita no sistema. Sendo assim, têm-se:

$$\begin{aligned}
 q_{2i} &= q_{mot_i} / n_i \\
 u_i &= u_{mot_i} n_i \\
 J_i &= J_{mot_i} n_i^2
 \end{aligned}$$

5.4 Conclusão

Neste capítulo é apresentada de forma detalhada a bancada experimental, na qual foram realizados os experimentos para validação dos modelos de atrito e aplicação das teorias de controle descritas neste trabalho.

Através da utilização da ferramenta do software Scilab de modo gráfico Scicos possibilita-se a verificação de forma mais didática as partes distintas do sistema como um todo, bem como abordagem de cada problema de forma separada, por exemplo, aquisição dos sinais dos encoders. Além da facilidade de visualização do sistema, esta abordagem possibilita o suporte de tempo real altamente necessário para estabilidade do sistema. Isto é possível através dos suportes das bibliotecas do pacote COMEDI e da extensão do Kernel Linux RTAI.

Finalmente foi apresentada a definição do modelo a ser utilizado para descrever a dinâmica que envolve os movimentos do robô, onde está implícito o levantamento dos parâmetros que estão contidos nas respectivas matrizes.

Capítulo 6

Resultados

Neste capítulo estão apresentados os resultados obtidos com a aplicação dos controladores desenvolvidos no capítulo 4. Os resultados correspondem aos experimentos realizados no robô protótipo (figura 6.1) apresentado no capítulo 5 e as simulações utilizando o modelo do robô apresentado no mesmo capítulo. Estes resultados obtidos dizem respeito à dinâmica descrita pelo robô completo, isto é, dois graus de liberdade.

Desta forma, como resultados experimentais estão dispostos os desempenhos dos controladores Cascata e *Backstepping* com e sem a consideração do modelo de LuGre para compensação do atrito. Neste caso foi submetido o robô a dois tipos de trajetórias de referência. Com isso é realizada a análise de desempenho dos algoritmos considerando e desprezando o efeito do atrito no sistema. Como resultados de simulação, são apresentadas as simulações do sistema com a metodologia de controle Cascata e considerando o modelo GMS (*Maxwell-Slip* generalizado) para compensação do atrito.

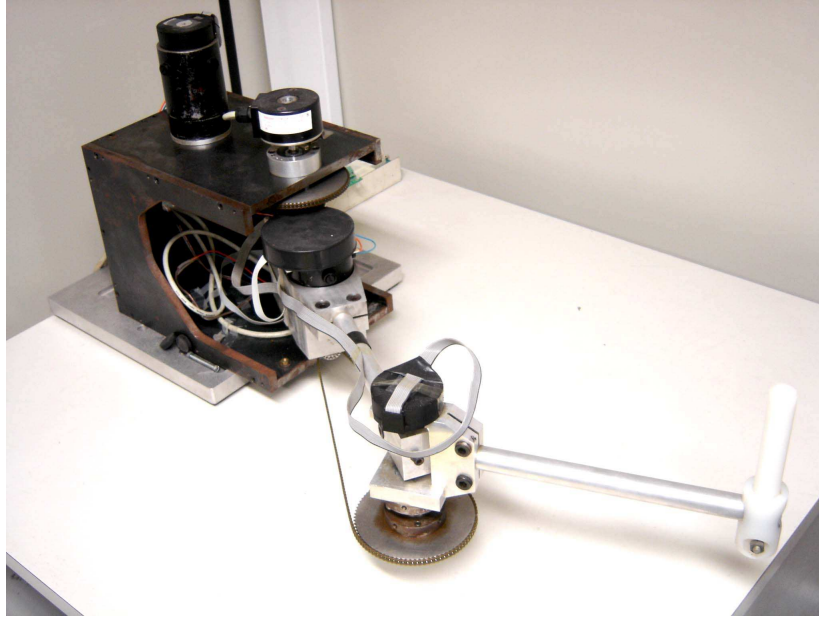


Figura 6.1: Protótipo do Robô com Juntas Flexíveis

6.1 Experimentais

Esta seção está dividida em duas partes experimentais: Controle em Cascata e Controle *Backstepping*. Em ambas as implementações são utilizados o modelo de LuGre para estimação do atrito.

6.1.1 Controle Cascata - LuGre

Nesta subseção são apresentados os resultados do controlador em Cascata com o robô submetido a duas trajetórias de referência. Para comparação do desempenho do controle com estimação é apresentada a técnica de controle sem e com a consideração do estimador. Neste sentido, deseja-se observar o efeito do atrito sobre o sistema, além disso, a interação entre os elos através dos efeitos de Coriolis e centrífugos, por se tratar de um sistema com dois graus de liberdade.

Como apresentado no capítulo 4, a lei de controle é constituída a partir da consideração de dois subsistemas, elos e rotores, e dos conceito de passividade. Desta forma, para o subsistema dos elos é definido o torque elástico desejado, equação (6.1), utilizada corresponde a:

$$u_{ed} = M(q_1)\ddot{q}_{1r} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{1r} + \hat{F} - K_{D1}s_1 \quad (6.1)$$

onde $M(q_1)$ é a matriz 2×2 de inércia, $C(q_1, \dot{q}_1)$ é a matriz 2×2 de torques centrífugos e de coriolis, \hat{F} é o vetor 2×1 de torques de atrito estimados, K_{D1} é a matriz diagonal de ganhos definida positiva e os vetores de erros são definidos da seguinte forma:

$$\tilde{q}_1 = q_1 - q_{1d} \quad \dot{q}_{1r} = \dot{q}_{1d} - \Lambda_1 \tilde{q}_1 \quad s_1 = \dot{q}_1 - \dot{q}_{1r} \quad (6.2)$$

onde Λ_1 é uma matriz diagonal de ganhos de projeto.

Além disso, para a estimação da força de atrito é utilizado o modelo de LuGre proposto por (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995) e descrito detalhadamente no capítulo 3, cujas equações estão expostas em 6.3.

$$\begin{aligned} \hat{F} &= \sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 \dot{\hat{z}} + \sigma_2 \dot{q}_1 \\ \dot{\hat{z}} &= \dot{q}_1 - \sigma_0 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \hat{z} - k_e \sigma_0 \tilde{q}_1 \\ m(\dot{q}_1) &= \frac{2}{\pi} \dot{q}_1 \arctan(k_v \dot{q}_1) \end{aligned} \quad (6.3)$$

onde k_e é o parâmetro de projeto do observador de atrito apresentado. Com a definição do controle para o subsistema dos elos é definida a referência para o subsistema dos rotores (equação (6.4)).

$$q_{2d} = K^{-1} u_{ed} + q_1 \quad (6.4)$$

Definindo-se a referência para o subsistema dos rotores é projetada a lei de controle que conduza ao seguimento de trajetória. Na equação (6.5), está descrita a lei de controle u . Desta forma, assegurando-se que a trajetória do subsistema dos rotores tenda a trajetória desejada q_{2d} , assegura-se que o subsistema dos elos tenda a trajetória desejada q_{1d} .

$$u = J u_0 + K(q_2 - q_1) - K_{D2} s_2 \quad (6.5)$$

onde K_{D2} é matriz diagonal de ganhos utilizados no projeto, $u_0 = \ddot{q}_{2r}$ é considerada uma entrada auxiliar de controle nominal. Neste caso os vetores de erros são definidos da seguinte forma

$$\tilde{q}_2 = q_2 - q_{2d} \quad \dot{q}_{2r} = \dot{q}_{2d} - \Lambda_2 \tilde{q}_2 \quad s_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_{2r} \quad (6.6)$$

onde Λ_2 é uma matriz diagonal de ganhos de projeto.

Os parâmetros K_{D1} , Λ_1 , K_{D2} , Λ_2 e k_e formam o conjunto de ganhos do controlador em Cascata. Estes ganhos foram ajustados com o objetivo de se obter respostas sem vibrações no elo e no rotor. Através de simulações, estes foram ajustados para se obter, primeiramente um sentimento com

relação à influência de suas variações no desempenho do controlador, e em seguida para se obter os valores iniciais dos ganhos. Com isso, para aplicação do controlador foi realizado um ajuste fino destes parâmetros diretamente na bancada experimental. Os parâmetros sintonizados neste trabalho estão descritos na tabela 6.1.

Tabela 6.1: Ganhos do Controlador Cascata

Ganhos	K_{D1}	Λ_1	K_{D2}	Λ_2
Elo 1	0.5	10	0.01	10
Elo 2	0.5	10	0.01	10

Desta forma com a sintonia dos ganhos, foram aplicados diferentes tipos de trajetórias para verificação dos aspectos teóricos relacionados a técnica de controle proposta. A seguir são apresentados os resultados obtidos com a trajetória de referência sendo um polinômio de nona ordem, equação (6.7). Os coeficientes deste polinômio estão apresentados na tabela 6.2.

$$q_{1d}(t) = a_0 t^9 + a_1 t^8 + a_2 t^7 + a_3 t^6 + a_4 t^5 + a_5 t^4 + a_6 t^3 + a_7 t^2 + a_8 t + a_9 \quad (6.7)$$

Tabela 6.2: Ganhos dos Controladores

coeficientes	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
Traj. Elo 1	$4.6614e - 007$	$-1.5732e - 005$	0.0002022	-0.0011799	0.0026548	0	0	0	0	0
Traj. Elo 2	$-4.6614e - 007$	$1.5732e - 005$	-0.0002022	0.0011799	-0.0026548	0	0	0	0	0

Com este tipo de trajetória deseja-se observar o desempenho do sistema em baixa velocidade, a interação entre os elos através dos efeitos de coriolis e centrífugos e o sistema em regime permanente. Neste sentido, a trajetória parte de condições iniciais para posição e suas derivadas iguais a zero. O sistema é acelerado em baixa velocidade. Nesta etapa, é possível observar o efeito do atrito agindo no sistema. O fenômeno do adere-desliza é verificado, nos resultados, no início do movimento.

Nas figuras 6.2 e 6.3 são apresentados os resultados experimentais obtidos pelo controlador em Cascata sem a consideração do fenômeno do atrito, isto é, $\hat{F} = 0$. Neste caso os erros no seguimento de trajetória são mais predominantes no segundo elo. Isto se deve, em parte, à baixa inércia do segundo elo, apresentando este um comportamento mais suscetível aos efeitos do atrito e a influência da dinâmica do primeiro elo.

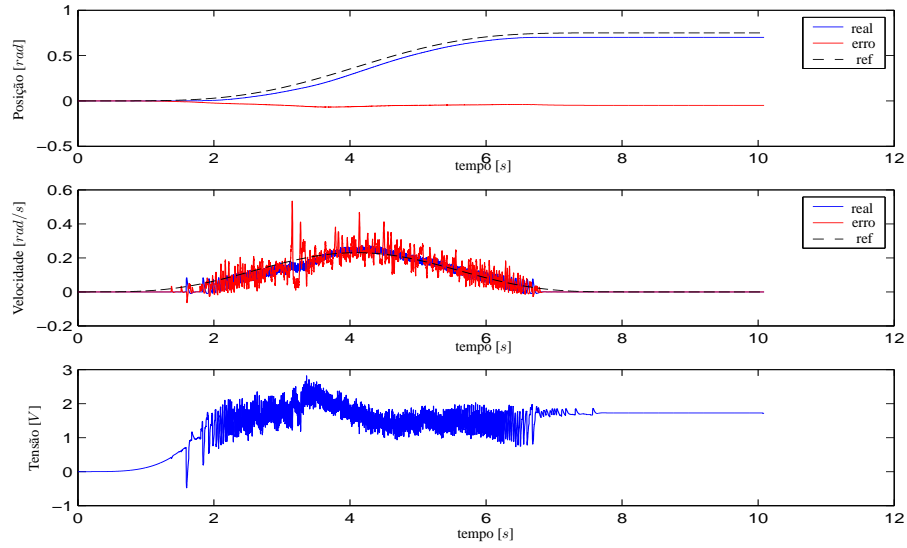


Figura 6.2: Controle Cascata sem Compensação - Trajetória Elo 1

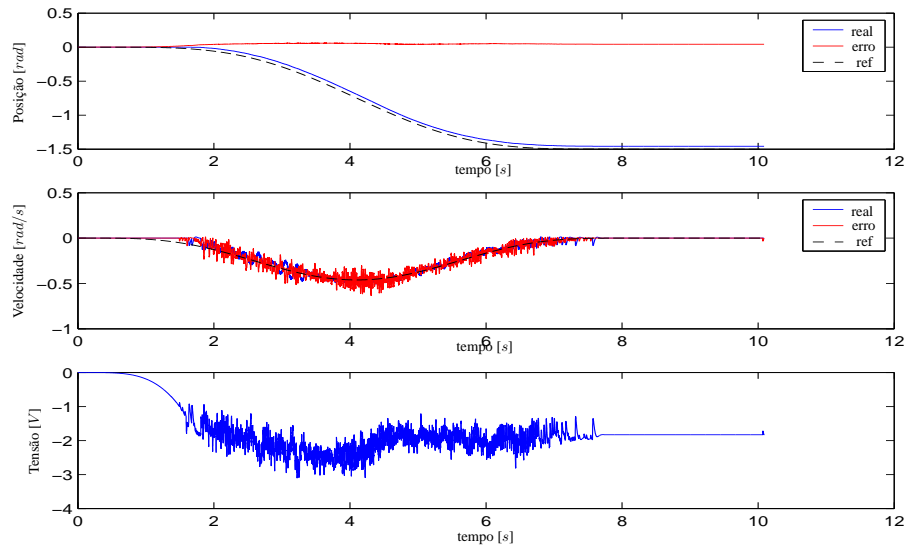


Figura 6.3: Controle Cascata sem Compensação - Trajetória Elo 2

Com o objetivo de reduzir os erros no seguimento de trajetória, é incorporado no controlador o observador do modelo de atrito proposto por canudas em (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995) e descrito pelas equações apresentadas em (6.3). Nas figuras 6.4 e 6.5 são apresentados os resultados obtidos. Para tal, foram ajustados o ganho do observador $k_e = 0.001$ e a constante para a função suavizante $m(\dot{q}_1) k_v = 50000$.

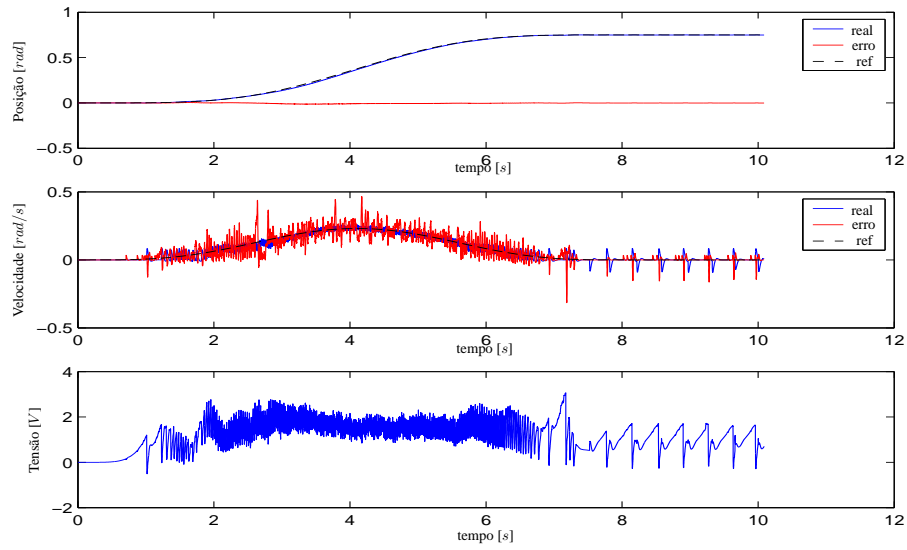


Figura 6.4: Controle Cascata com Compensação - Trajetória Elo 1

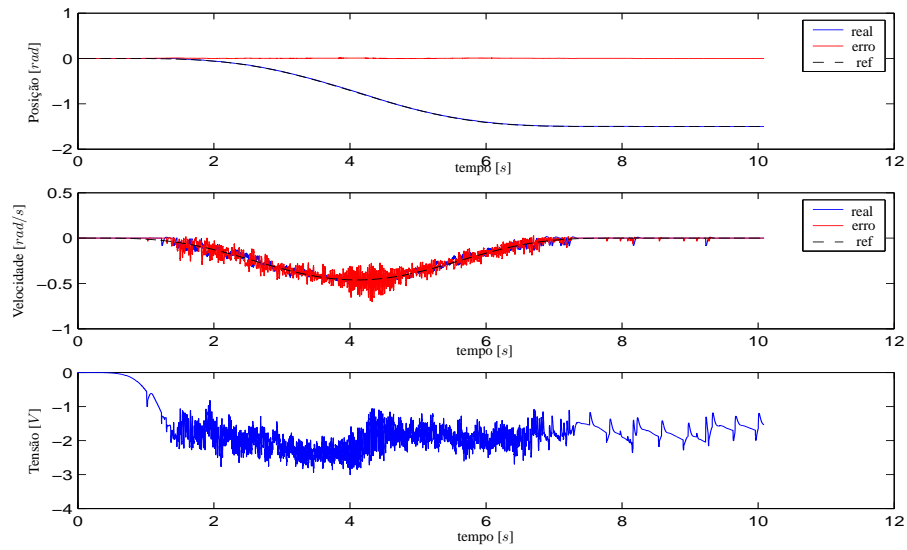


Figura 6.5: Controle Cascata com Compensação - Trajetória Elo 2

Com a compensação do atrito, observa-se uma redução dos erros de seguimento. Na figura 6.6 são apresentados os erros em função do tempo para os experimentos mostrados nas figuras 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5 separados por elo. Desta forma fica explícito a redução dos erros, chamando-se a atenção para os erros em regime permanente, isto é, posição final dos elos após a descrição do movimento.

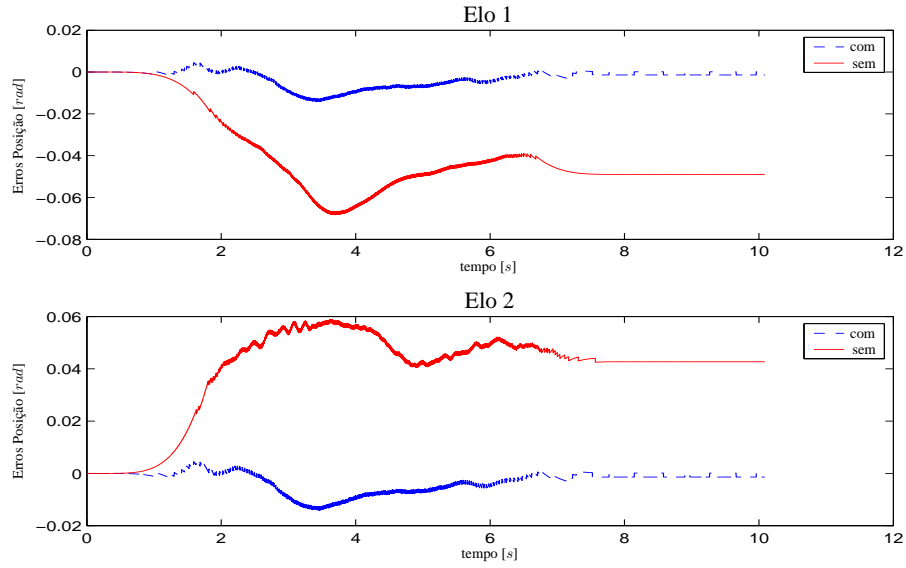


Figura 6.6: Erros no Seguimento de Trajetória

Para verificar o sistema quando submetido a variações no sentido da velocidade são realizados experimentos com trajetória de referência senoidal (equação (6.8)).

$$q_{1d}(t) = q_{max} \sin(2\pi ft) \quad (6.8)$$

Neste caso os ganhos do controlador em Cascata são os mesmos ajustados no experimento anterior. Nas figuras 6.7 e 6.8, estão apresentados os experimentos sem compensação do atrito ($\hat{F} = 0$). Como nos primeiros experimentos, o segundo elo apresenta os maiores erros. Este é verificado principalmente nas inversões de velocidade, onde o atrito também apresenta uma inversão.

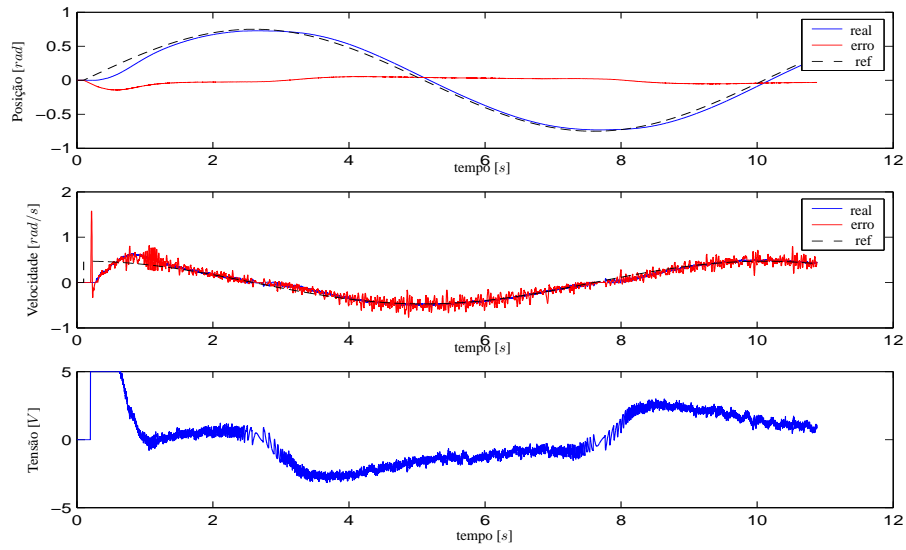


Figura 6.7: Controle Cascata sem Compensação - Trajetória Senoidal para elo 1

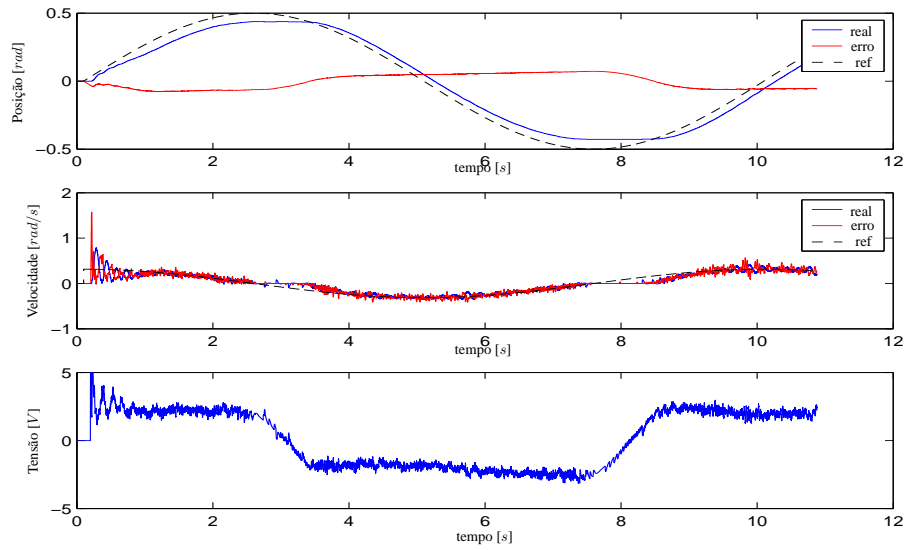


Figura 6.8: Controle Cascata sem Compensação - Trajetória Senoidal para elo 2

Nas figuras 6.9 e 6.10 são apresentados os resultados do controlador considerando a estimação do atrito. Neste caso, é verificada a minimização dos efeitos das inversões na velocidade, em comparação com os ensaios anteriores.

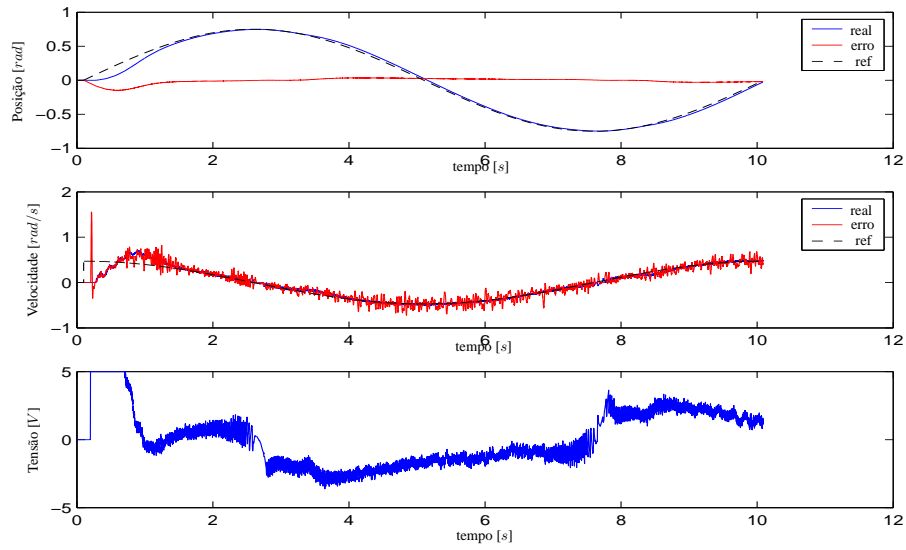


Figura 6.9: Controle Cascata com Compensação - Trajetória Senoidal para elo 1

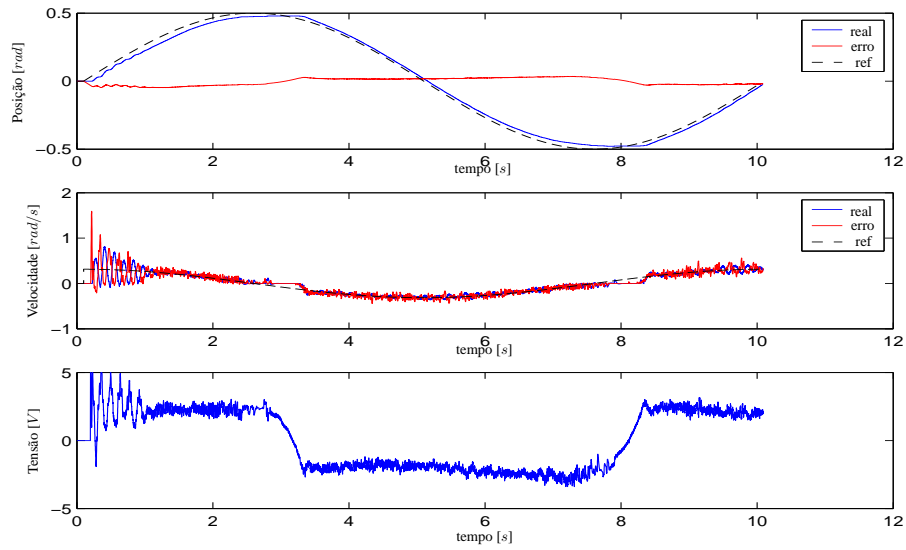


Figura 6.10: Controle Cascata com Compensação - Trajetória Senoidal para elo 2

Para reforço das análises anteriores, é apresentado na figura 6.11 os erros resultantes dos experimentos com e sem compensação. Desta maneira, é verificada a melhora de desempenho, também para trajetórias com inversões.

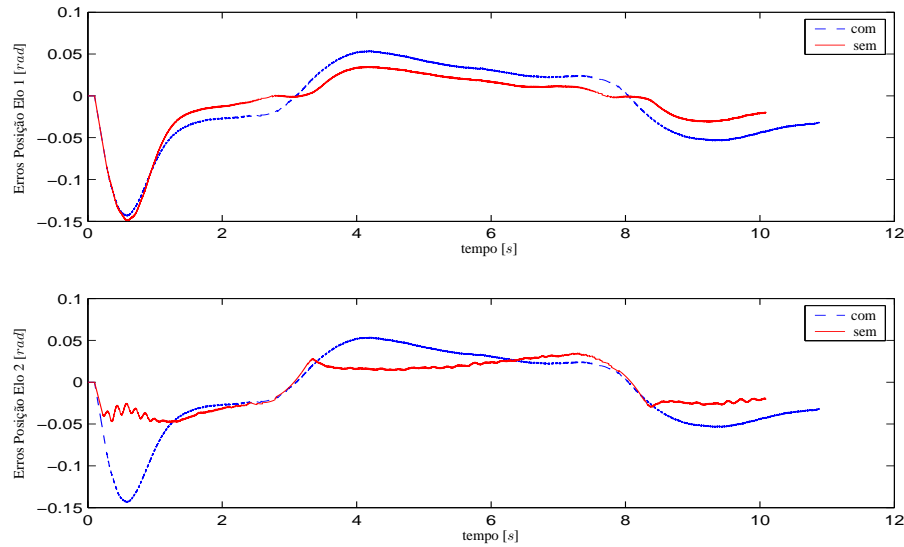


Figura 6.11: Erros de Trajetória

Desta maneira, verificam-se o desempenho, primeiramente, do controlador em Cascata, através da busca do seguimento de trajetória e a estabilização e malha fechada do sistema apresentado no primeiro experimento. Em seguida, verifica-se o desempenho do observador de atrito implementado, produzindo uma redução significativa dos erros de seguimento. Além disso, demonstra-se que o modelo e a identificação realizada do mesmo correspondem às expectativas de através do enriquecimento de informações se traduz em melhorias no desempenho geral do sistema.

6.1.2 Controle *Backstepping* - LuGre

Nesta subseção são apresentados os resultados do controlador *Backstepping* Integrador. Neste caso o robô também é submetido a duas trajetórias de referência. Esta metodologia de controle é detalhadamente descrita no capítulo 4, a lei de controle é constituída a partir da consideração de subsistemas cascadeados. Em cada subsistema é definida uma variável de entrada, esta é denominada entrada de controle virtual. A seguir é apresentado de forma resumida os subsistemas que constituem o sistema completo e suas respectivas saídas e leis de controle virtuais.

- Passo 1:

Subsistema : $\dot{x}_1 = \alpha_1$

Saída : $y_1 = x_1 - x_{1d}$

Controle Virtual : $\alpha_1 = \dot{x}_{1d} - K_1 y_1$

- Passo 2:

$$\begin{aligned}
 \text{Subsistema :} \quad & \dot{x}_1 = y_2 + \alpha_1 \\
 & \dot{y}_2 = -M^{-1}[C(x_1, x_2)(y_2 + \alpha_1) + F + G + Kx_1] - \dot{\alpha}_1 + M^{-1}K\alpha_2 \\
 \text{Saída :} \quad & y_2 = x_2 - \alpha_1 \\
 \text{Controle Virtual :} \quad & \alpha_2 = x_1 + K^{-1}(-y_1 + M\dot{\alpha}_1 + C(x_1, x_2)\alpha_1 + G(x_1) + \hat{F} - K_2y_2)
 \end{aligned}$$

- Passo 3:

$$\begin{aligned}
 \text{Subsistema :} \quad & \dot{x}_1 = y_2 + \alpha_1 \\
 & \dot{y}_2 = -M^{-1}[C(x_1, x_2)x_2 + Kx_1 + F + G] - \dot{\alpha}_1 + M^{-1}K(y_3 + \alpha_2) \\
 & \dot{y}_3 = -\dot{\alpha}_2 + \alpha_3 \\
 \text{Saída :} \quad & y_3 = x_3 - \alpha_2 \\
 \text{Controle Virtual :} \quad & \alpha_3 = -Ky_2 + \dot{\alpha}_2 - K_3y_3
 \end{aligned}$$

- Passo 4:

$$\begin{aligned}
 \text{Subsistema :} \quad & \dot{x}_1 = y_2 + \alpha_1 \\
 & \dot{y}_2 = -M^{-1}[C(x_1, x_2)x_2 + Kx_1 + F + G] - \dot{\alpha}_1 + M^{-1}K(y_3 + \alpha_2) \\
 & \dot{y}_3 = -\dot{\alpha}_2 + y_4 + \alpha_3 \\
 & \dot{y}_4 = -\dot{\alpha}_3 + v_a \\
 \text{Saída :} \quad & y_4 = x_4 - \alpha_3 \\
 \text{Controle Virtual :} \quad & v_a = \dot{\alpha}_3 - Ky_2 + \dot{\alpha}_2 - K_3y_3
 \end{aligned}$$

As definições das variáveis apresentadas acima são encontradas no desenvolvimento matemático realizado no capítulo 4. Com isso a lei de controle correspondente a esta estratégia é definida na equação (6.9).

$$u = J\dot{\alpha}_3 - y_3 - K_4y_4 + K(x_3 - x_1) \quad (6.9)$$

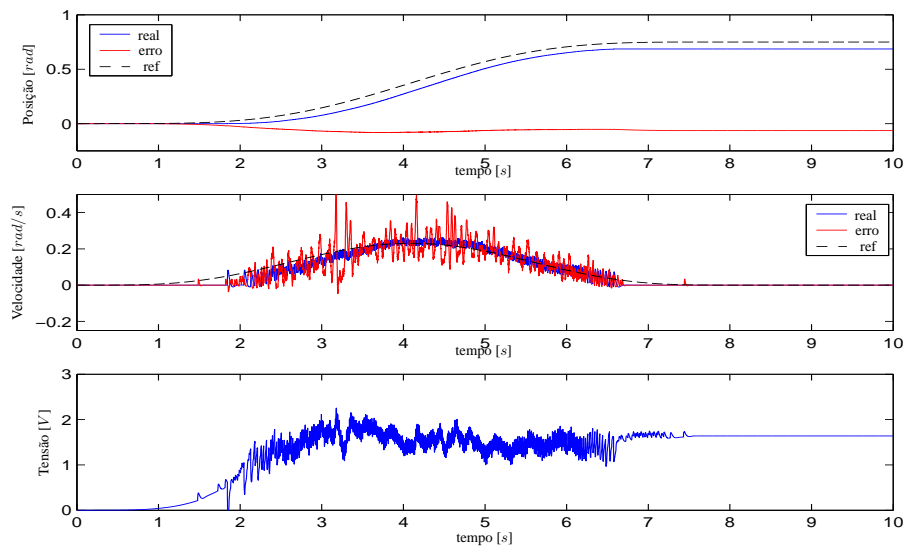
Para o ajuste dos ganhos deste controlador, foi utilizado o mesmo critério do ajuste do controlador em Cascata, onde os seus valores utilizados nos experimentos são apresentados na tabela 6.3. Neste caso, foi encontrada dificuldades no ajuste dos ganhos do segundo elo, não percebida para o controlador em cascata. O robô quando submetido ao controlador *Backstepping* apresentava oscilações significativas na trajetória do segundo elo. Isto se deve, principalmente, ao projeto ter se dado com o objetivo de cancelamento puro das dinâmicas de cada subsistema, considerando para isto todos os parâmetros perfeitamente conhecidos. Ao analisar-se a lei de controle percebe-se uma parcela relacionada a constante elástica da mola K . Neste sentido, verifica-se no robô real a presença de uma flexibilidade na corrente que transmite o movimento do motor para a polia dentada anexa à mola.

Esta flexibilidade por sua vez, não modelada no sistema, acarreta oscilações indesejadas. Para o experimento aqui apresentado, não é possível o enrijecimento desta corrente, desta forma foi reduzido em 30% no controlador o valor considerado para a constante elástica da mola do elo 2, obtendo-se assim uma redução significativa. Este problema é tratado em (Brogliato *et al.*, 1995). Através de uma modificação na função de Lyapunov é obtida uma lei de controle robusta às variações da constante elástica da mola. Neste caso, este rearranjo não foi verificado experimentalmente.

Tabela 6.3: Ganhos do Controlador *Backstepping*

Ganhos	K_1	K_2	K_3	K_4
Elo 1	0.5	10	0.01	10
Elo 2	0.5	10	0.01	10

Nas figuras 6.12 e 6.13 são apresentadas as trajetórias do robô, quando submetido ao controlador *Backstepping* sem a consideração do atrito na sua estrutura.

Figura 6.12: Controle *Backstepping* sem Compensação - Trajetória Polinomial para elo 1

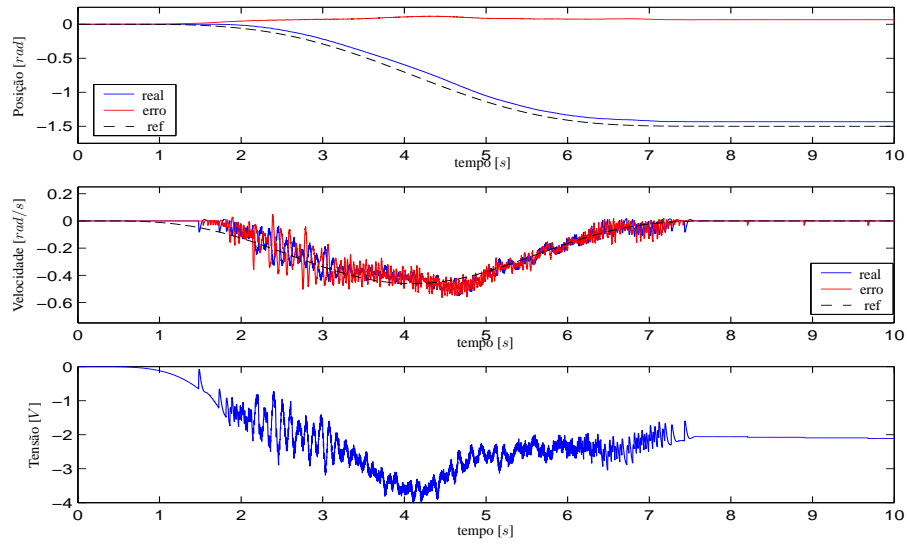


Figura 6.13: Controle *Backstepping* sem Compensação - Trajetória Polinomial para elo 2

Nas figuras 6.14 e 6.15 são apresentadas as trajetórias do robô, quando submetido ao controlador *Backstepping* com a consideração do atrito na sua estrutura.

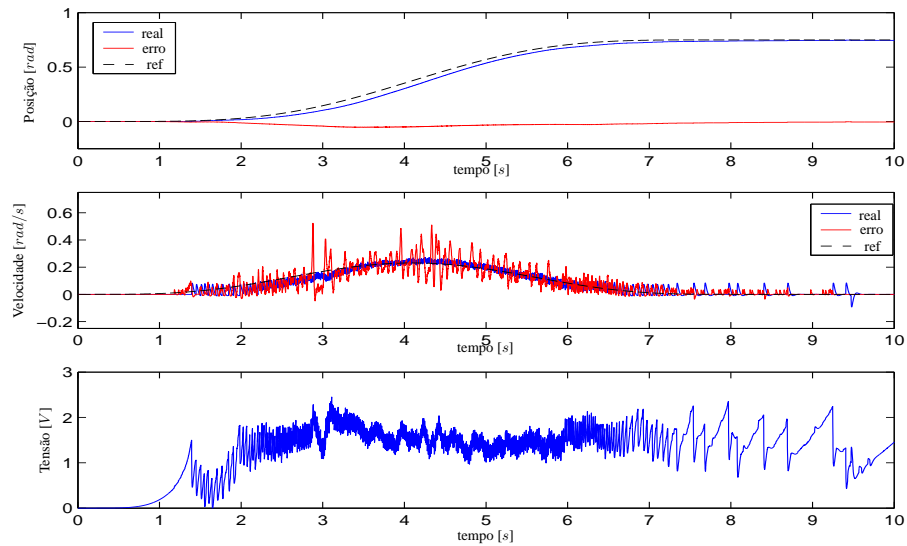


Figura 6.14: Controle *Backstepping* com Compensação - Trajetória Polinomial para elo 1

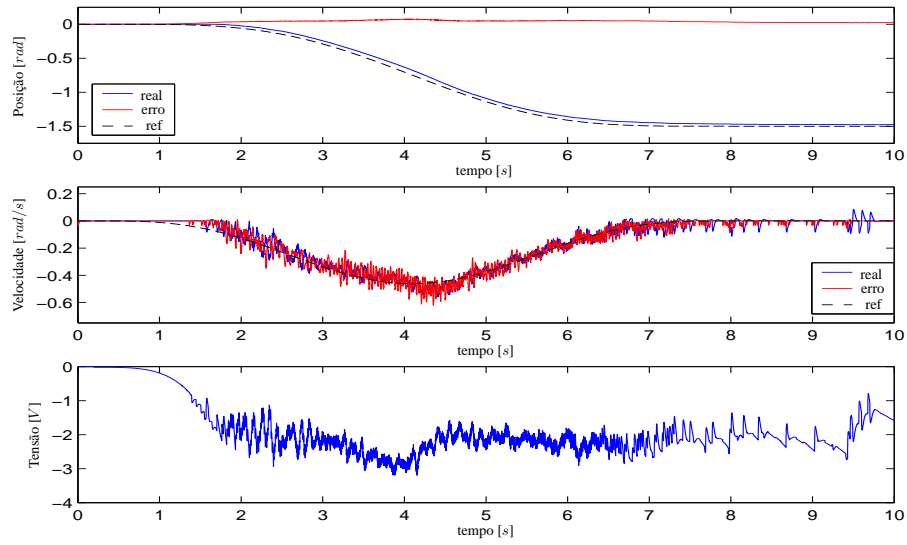


Figura 6.15: Controle *Backstepping* com Compensação - Trajetória Polinomial para elo 2

Na figura 6.16 é apresentado os erros de seguimento para os experimentos anterior, de modo a facilitar a análise comparativa. Assim é percebida uma redução significativa nos erros.

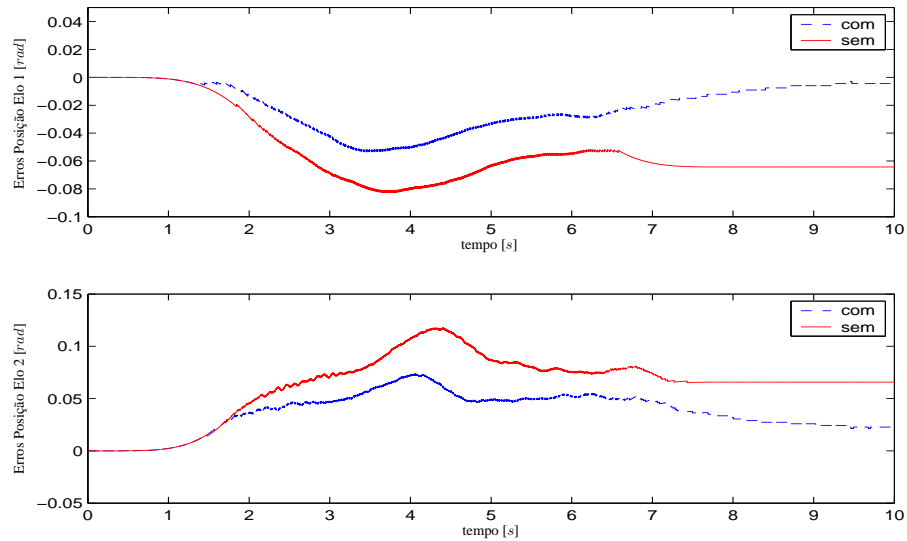


Figura 6.16: Erros de Trajetória

No segundo conjunto de experimentos é aplicado o controlador com uma trajetória de referência senoidal. Com isso é possível a verificação do controlador quando submetido a inversões

sucessivas de velocidade. Nas figuras 6.17 e 6.18 são apresentadas as trajetórias do robô, quando submetido ao controlador *Backstepping* sem a consideração do atrito na sua estrutura.

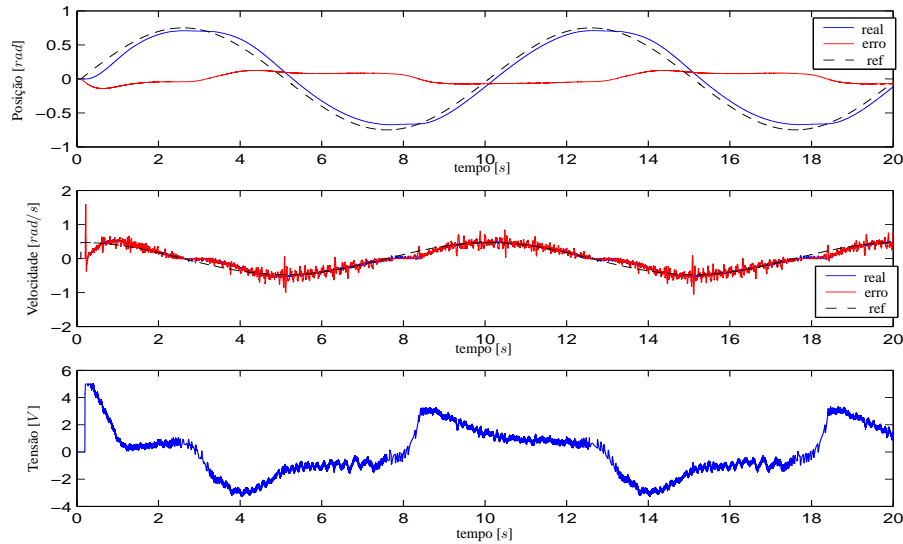


Figura 6.17: Controle *Backstepping* sem Compensação - Trajetória Senoidal para elo 1

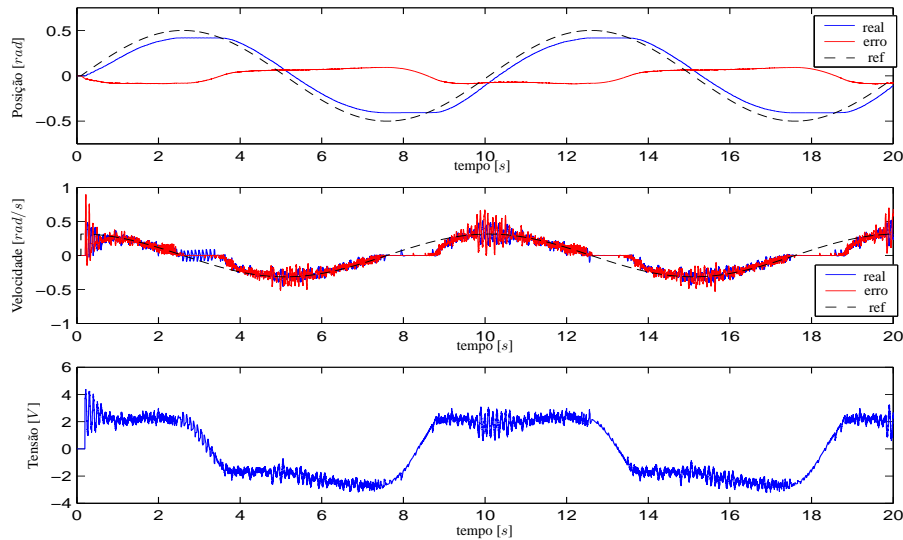


Figura 6.18: Controle *Backstepping* sem Compensação - Trajetória Senoidal para elo 2

Com o objetivo de redução dos erros de seguimento é adicionado no controlador a estimação do atrito, os resultados destes experimentos estão apresentados nas figuras 6.19 e 6.20.

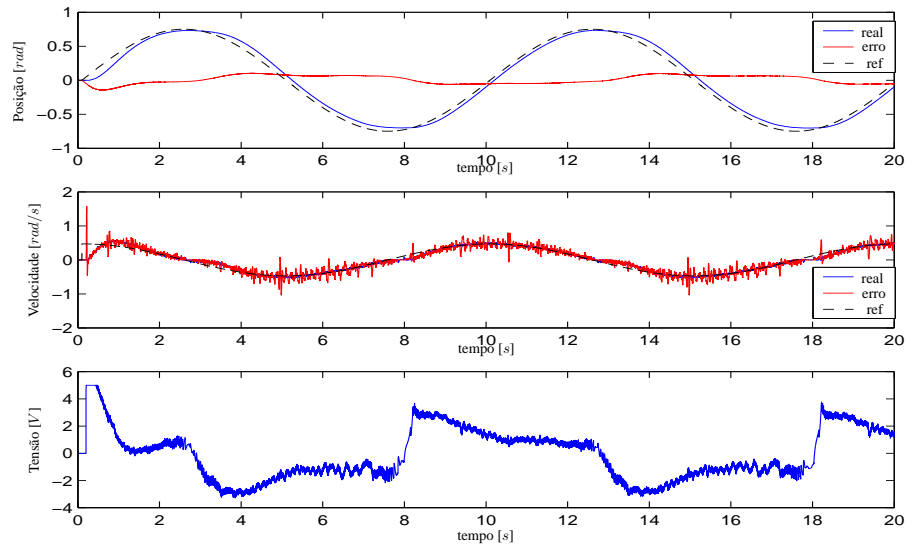


Figura 6.19: Controle *Backstepping* com Compensação - Trajetória Senoidal para elo 1

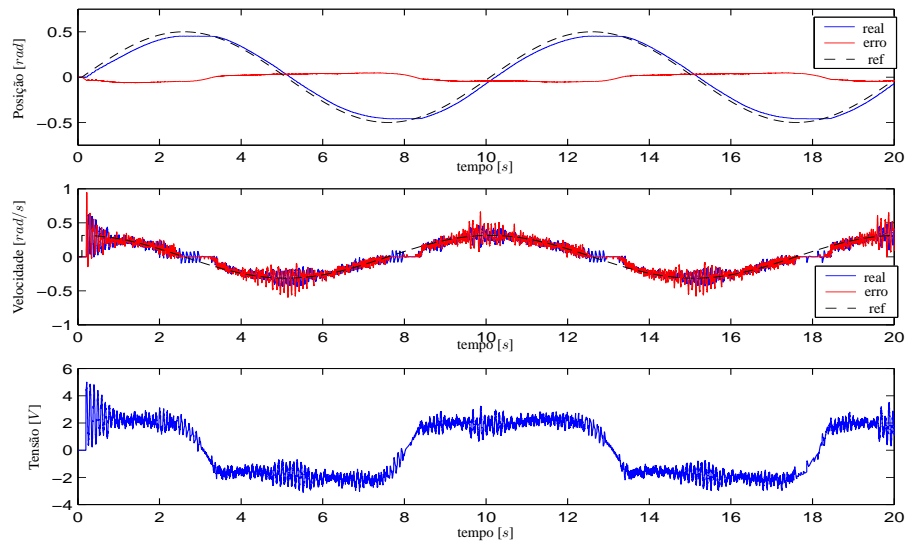


Figura 6.20: Controle *Backstepping* com Compensação - Trajetória Senoidal para elo 2

Na figura 6.21 é apresentados os erros de seguimento para as trajetórias senoidais.

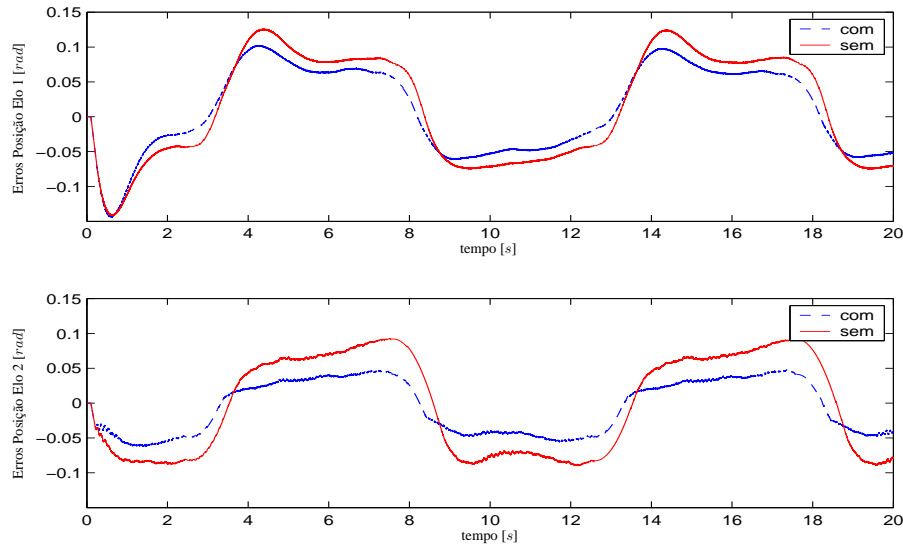


Figura 6.21: Erros de Trajetória

Para comparação entre os resultados obtidos nos experimentos descritos anteriormente é utilizado como medição de desempenho o erro médio quadrático, equação (6.10).

$$MSE(\tilde{q}_1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_{1i} - q_{1di})^2 \quad (6.10)$$

onde q_{1i} e q_{1di} são, respectivamente, as amostras i da posição medida e desejada. Os valores MSE obtidos para os controladores em Cascata e *Backstepping* juntamente com e sem a integração do observador de atrito é disposta na tabela 6.4.

Tabela 6.4: Erro Médio Quadrático - MSE

MSE		Trajetória Polinomial		Trajetória Senoidal	
		com	sem	com	sem
Elo 1	Cascata	0.0000245	0.001933	0.001577	0.002229
	Backstepping	0.000694	0.003306	0.003849	0.005860
Elo 2	Cascata	0.0000157	0.001853	0.000701	0.002927
	Backstepping	0.001703	0.004873	0.001510	0.004939

Através da tabela 6.4 pode-se verificar que, primeiramente, a compensação aparenta mais eficiência nas trajetórias polinomiais. Isto se deve, em parte, por se tratarem de movimentos em baixa velocidade, onde a influência do atrito é significativa. Em seguida, em relação aos controladores, no caso do controlador em Cascata obteve-se os menores erros. Entretanto, uma análise mais profunda

de comparação entre estes controladores não é possível. Este trabalho tem como objetivo a aplicação dos controladores sendo seus ajustes realizados no sentido de se obter seguimento da trajetória de referencia sem vibrações nos elos. No entanto, é importante concluir que em ambos controladores e ambas trajetórias é verificado uma compensação efetiva do atrito.

6.2 Simulação

Nesta seção é apresentado as simulações realizada para compensação do atrito considerando para isto o modelo Maxwell-Slip Generalizado (GMS). Neste caso é implementado o modelo do robô com dois graus de liberdade apresentado no capítulo 5 juntamente com o controlador em Cascata. O objetivo destas simulações é verificar o desempenho do observador de atrito frente a itens como: estabilidade do sistema, inversões de velocidade e trajetórias em baixa velocidade.

6.2.1 Controle Cascata - Modelo GMS

Conforme mostrado na subseção 6.1.1 são utilizadas as mesmas leis de controle. A modificação está relacionada ao observador de atrito. O modelo de atrito GMS é apresentado com detalhes no capítulo 3. Para simulação deste sistema foram utilizados os parâmetros identificados e apresentados no capítulo 3. Além disso, foram definidos para o observador $k_e = 0.008$ e para a função suavizante da função sinal, equação (6.11), $k_v = 5000000$.

$$r(\dot{q}_1) = \tanh(k_v \dot{q}_1) \quad (6.11)$$

Como ganhos do controlador são utilizados os valores apresentados na tabela 6.5.

Tabela 6.5: Ganhos do Controlador Cascata - GMS

Ganhos	K_{D1}	Λ_1	K_{D2}	Λ_2
Elo 1	0.5	3	0.01	10
Elo 2	0.5	10	0.01	5

Primeiramente é submetido o sistema a uma trajetória polinomial de nona ordem para se verificar o desempenho do sistema em baixa velocidade. Nas figuras 6.22 e 6.23 são mostradas as simulações do sistema sem a consideração do atrito.

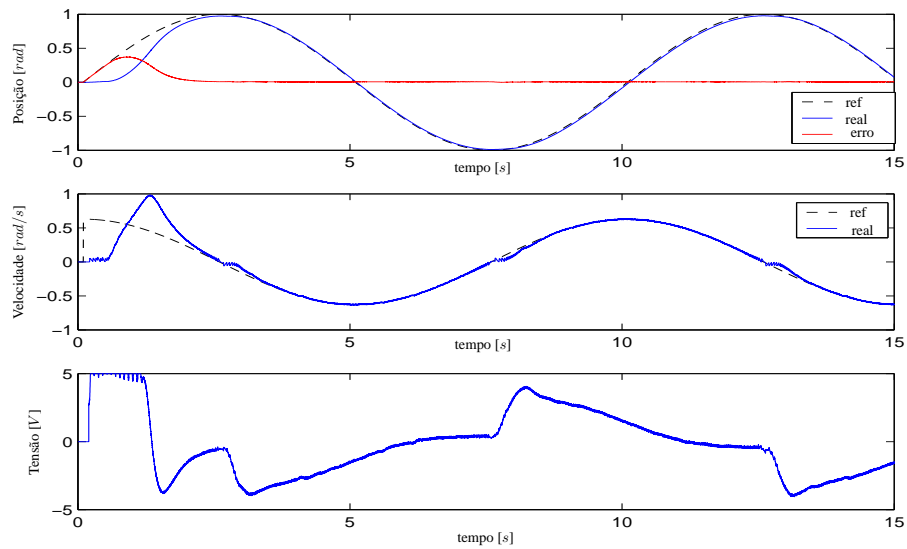


Figura 6.22: Controle *Backstepping* sem Compensação - Trajetória para elo 1

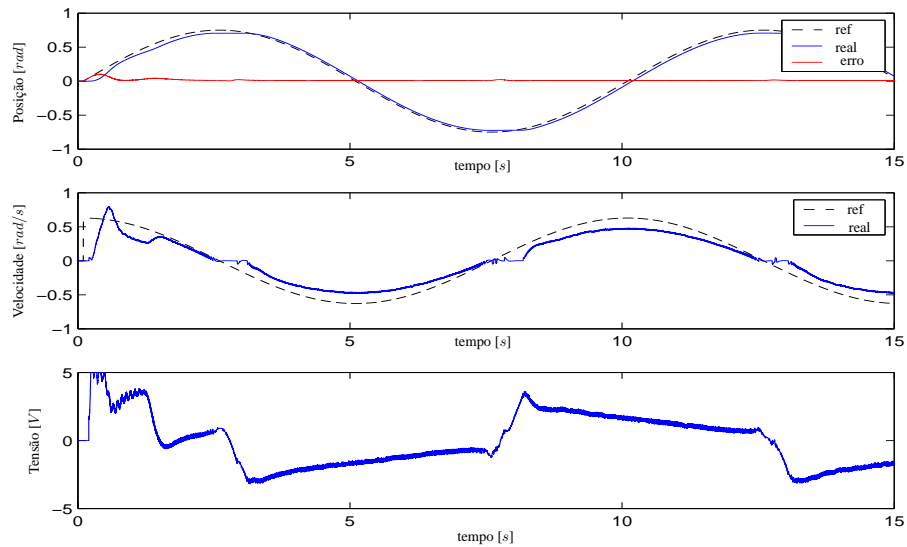


Figura 6.23: Controle *Backstepping* sem Compensação - Trajetória para elo 2

Com o objetivo de reduzir os erros de seguimento acrescenta-se o observador de atrito baseado no GMS. Nas figuras 6.24 e 6.25 são apresentados os resultados compensando o atrito.

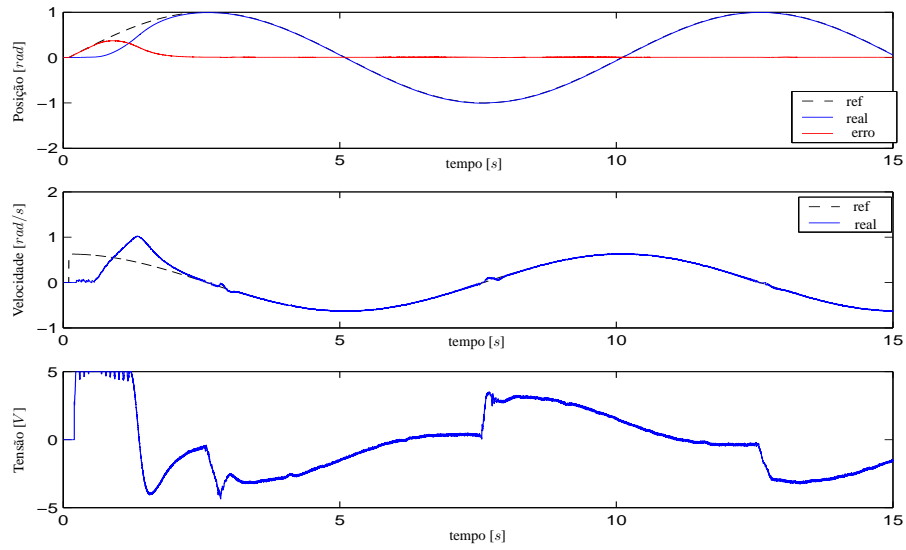


Figura 6.24: Controle *Backstepping* com Compensação - Trajetória para elo 1

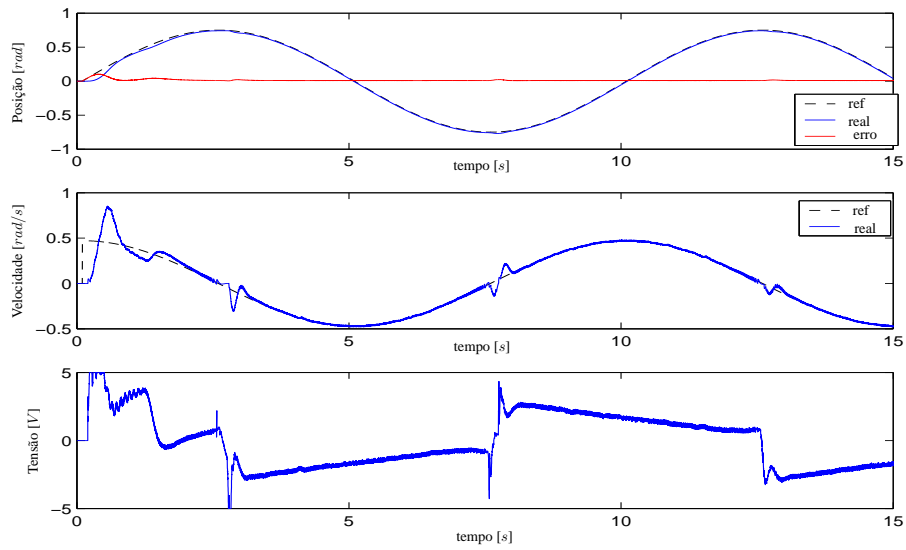


Figura 6.25: Controle *Backstepping* com Compensação - Trajetória para elo 2

Na figura 6.26 verifica-se a redução dos erros quando aplicado o observador.

Desta forma é apresentada uma estratégia de controle que incorpora em sua estrutura o modelo de atrito GMS. Apesar da complexidade na descrição do fenômeno do atrito, o sistema não apresentou dificuldades em sua implementação.

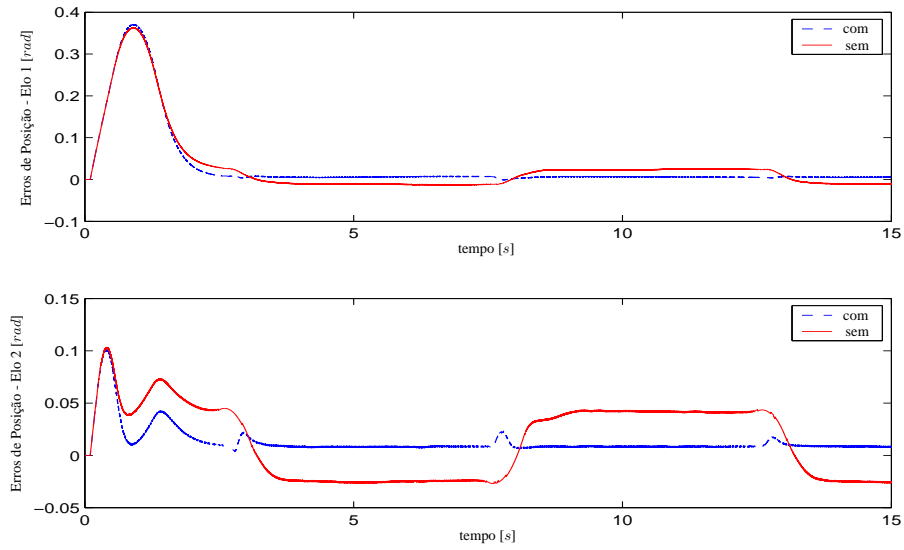


Figura 6.26: Erros de Trajetória

6.3 Conclusões

Com os resultados apresentados neste capítulo é possível verificar a validação dos aspectos teóricos apresentados nos capítulos anteriores com relação a compensação do atrito. Com os controladores *Cascata* e *Backstepping* são verificados que os erros com o sistema em malha fechada através de leis de controle derivadas destas técnicas são significativamente reduzidos quando a presença da dinâmica do atrito é considerada.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

7.1 Conclusões

Neste trabalho, foi analisado o problema da presença da flexibilidade nas juntas de revolução de um robô manipulador, juntamente com o desenvolvimento de diferentes tipos de modelos de atritos. Para tal, foi apresentado o protótipo, os periféricos utilizados nos experimentos e o detalhamento da dinâmica para este sistema.

Para análise dos modelos de atrito foi realizada uma pesquisa relacionada a incorporação do fenômeno do atrito em sistemas com transmissões flexíveis. Com isso foi verificado que muito ainda deve ser desenvolvido para responder questões tanto com relação a modelos detalhados para captura dos fenômenos envolvidos no atrito de forma precisa, quanto para definição de modelos mais elaborados para sistemas com flexibilidade nas juntas que integram o atrito em sua dinâmica.

No capítulo 2 foi apresentado, primeiramente, o sistema robótico considerando os elos e transmissões rígidas. Através do trabalho de (Spong e Vidyasagar, 1989), foram relacionadas as propriedades deste sistema. Para descrição do objeto de estudo, foram apresentadas as diretrizes consideradas para determinação de um modelo, onde as flexibilidades nas juntas foram levadas em consideração. Com o modelo simplificado proposto por (Spong, 1987a), são definidas as equações dinâmicas e as propriedades envolvidas neste sistema.

Complementando o capítulo 2, foram apresentadas no capítulo 5 as características da bancada experimental utilizada. De uma forma detalhada são relacionados os periféricos envolvidos no sistema. Com o objetivo de solidificação dos aspectos teóricos através dos resultados práticos para os dois elos, foi implementado uma interface de aquisição dos dados de interesse do robô manipulador,

deixando estes transparentes para os algoritmos de controle. Além disso, a utilização de um conjunto computacional que disponibilizasse ferramentas de tempo-real para aplicação das estratégias de controle.

No capítulo 3 são apresentados as características e o desenvolvimento matemático para os modelos de atrito. Entre estes modelos estão LuGre, Leuven e GMS. Além de uma descrição detalhada das propriedades envolvidas no fenômeno do atrito, foi apresentado qual destas estão representadas em cada um dos modelos. Através de uma comparação entre estes modelos foram apresentadas suas principais diferenças, bem como a integração evolutiva de suas propriedades nos estudos dos modelos. Com a definição dos modelos são descritos os métodos utilizados para identificação dos modelos de LuGre e GMS, isto pelo interesse específico da futura aplicação destes modelos nos algoritmos de controle.

A proposta de um novo modelo, o modelo GMS, implementado em simulação, ocorreu através da busca de um modelo que incorpore em sua estrutura mais detalhes para a descrição do atrito. Neste trabalho, além do estudo aprofundado do modelo de *Maxwell-Slip* generalizado foram necessárias adequações para os algoritmos de identificação, tais quais apresentados em (Tjahjowidodo *et al.*, 2005).

No capítulo 4 foi apresentado o desenvolvimento matemático para duas estratégias de controle: Controle Cascata e Controle *Backstepping*. Para ambas as estratégias foram considerados que os parâmetros, tanto do robô quanto dos modelos de atrito identificados, são conhecidos.

Para o controlador Cascata foi apresentado o desenvolvimento matemático para compensação do atrito utilizando a abordagem de LuGre e de *Maxwell-Slip* generalizado. Para o modelo de LuGre foi aplicado o modelo estimado de atrito proposto em (Guenther *et al.*, 2006; Ramirez, 2003). Com a prova da estabilidade, para esta estratégia, foi verificado que os erros de seguimento de trajetória tendem a um conjunto residual enquanto o tempo tende ao infinito, onde o tamanho deste conjunto residual é dependente dos parâmetros do atrito e dos ganhos do controlador. Para a compensação do atrito utilizando-se o modelo de *Maxwell-Slip* generalizado foi realizado o desenvolvimento de forma semelhante ao do LuGre. Foi introduzido um estimador para o atrito conforme os conceitos apresentados em (Canudas-De-Wit *et al.*, 1995) e (Nilkhamhang e Sano, 2006). Para este caso foi também analisada a estabilidade do sistema em malha fechada e verificada a convergência dos erros de seguimento para um conjunto residual. Sendo assim, realizada a prova de estabilidade para o controlador Cascata perante as duas abordagens.

Para o controlador *Backstepping* foi realizada a compensação de atrito baseada no modelo de LuGre. Sendo utilizado o mesmo observador de atrito proposto para o controlador Cascata. De

maneira similar, com o desenvolvimento matemático é obtida a prova de estabilidade. Os erros de seguimento convergem para um conjunto residual. A convergência dos erros de seguimento para um conjunto residual verificada tanto para o *Backstepping* como para o Cascata, de forma simplificada, foi devido a necessidade dos controladores da derivada dos estimadores de atrito. Tendo estes a presença de funções contínuas, porém não garantidamente diferenciáveis, incertezas são introduzidas, garantindo-se então que os erros de seguimento serão limitados por um valor constante.

Assim como contribuição desta dissertação, além de estar apresentado neste capítulo duas estratégias de controladores para compensação de atrito baseado no modelo de LuGre, foi introduzido a implementação do controlador em Cascata baseado no modelo de atrito *Maxwell-Slip* generalizado. Sendo então, a incorporação do modelo GMS ao controlador em cascata uma das contribuições mais importantes da dissertação.

No capítulo 5 foram apresentados os detalhes do experimento, bem como os principais parâmetros do sistema usados para os testes realizados no capítulo 6.

No capítulo 6 foi apresentado os resultados experimentais para os controladores Cascata e *Backstepping*. Foi verificada a estabilidade e o desempenho destes controladores. Para cada um dos controladores são apresentados os procedimentos para as escolhas dos ganhos dos controladores. Através dos resultados obtidos foram validadas as técnicas de controle desenvolvidas teoricamente.

Além dos resultados práticos de LuGre, foram realizadas simulações para verificação da estabilidade e desempenho do controlador Cascata considerando o modelo GMS para compensação.

Entre os objetivos alcançados desta dissertação estão a implementação de uma interface de aquisição de dados e de potência relacionados ao protótipo, desenvolvimento teórico de técnicas de controle para atacar o problema dos efeitos da flexibilidade e do atrito envolvidos em sistemas robóticos e a integração entre os aspectos teórico-práticos no que diz respeito ao sistema de interesse.

7.2 Perspectivas

Como perspectivas futuras de trabalhos sugerem-se os seguintes tópicos:

- Estudo mais aprofundado de modelos dinâmicos para robôs manipuladores que incorporem os efeitos da flexibilidade e do atrito de uma forma apropriada, isto porque, até o momento não se verificou uma definição quanto aos modelos adequados;

- Estudos teóricos e práticos de controladores considerando incertezas paramétricas tanto nos parâmetros do atrito quanto nos parâmetros do robô;
- Realização de experimentos com o modelo GMS e uma comparação mais aprofundada entre o modelo de LuGre e outros modelos existentes;
- Inclusão de novos sensores ao robô, como por exemplo, câmera, sensores de força, etc. para aplicações de robôs flexíveis em outras áreas de pesquisa.

Apêndice A

Definições Básicas

A.1 Teorema de Gershgorin

Teorema A.1.1 (Gershgorin) *(Lewis e Dawson, 1993):*

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz real simétrica $n \times n$, com:

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|, \text{ para todo } i = 1, \dots, n \quad (\text{A.1})$$

Se todos os elementos da diagonal da matriz A são positivos ($a_{ii} > 0$), então a matriz A é definida positiva.

A.2 Teorema de Rayleigh-Ritz

Teorema A.2.1 (Rayleigh-Ritz) *(Lewis e Dawson, 1993):*

Seja A uma matriz real simétrica $n \times n$ positiva definida. Sendo λ_{\min} o menor autovalor e λ_{\max} o maior autovalor de A . Então para qualquer $x \in \mathcal{R}^n$,

$$\lambda_{\min}[A] \|x\|^2 \leq x^T A x \leq \lambda_{\max}[A] \|x\|^2 \quad (\text{A.2})$$

Apêndice B

Propriedade

B.1 Passividade no modelo do Robô Rígido

Nesta seção de apêndice é apresentada a propriedade da passividade para o modelo do robô rígido. Esta propriedade do sistema é utilizada em diversas estratégias de controle citadas em - (Brogliato *et al.*, 1995; Guenther e Hsu, 1993; Slotine e Li, 1991).

De acordo com a equação de movimento do sistema:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u \quad (\text{B.1})$$

o mapa $u \rightarrow \dot{q}$ é dito passivo ((Spong, 1996)), isto é, existe um valor $\beta \geq 0$ tal que

$$\int_0^t \dot{q}^T(\tau)u(\tau) d\tau \geq -\beta \quad (\text{B.2})$$

Para verificação desta propriedade considera-se H como sendo a função energia total do sistema

$$H = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q} + U(q) \quad (\text{B.3})$$

onde o primeiro termo do lado direito da igualdade é relacionado à energia cinética e o segundo à energia potencial do sistema. Assim a taxa de variação da função energia resulta em:

$$\dot{H} = \frac{1}{2}\dot{q}^T \dot{M}(q)\dot{q} + \dot{q}^T (M(q)\ddot{q} + \frac{\partial U(q)}{\partial q}) \quad (\text{B.4})$$

sendo $\frac{\partial U(q)}{\partial q} = G(q)$, substituindo-se a equação B.1 na equação B.3, obtém-se

$$\dot{H} = \dot{q}^T u + \frac{1}{2} \dot{q}^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})) \dot{q} = \dot{q}^T u \quad (\text{B.5})$$

através da propriedade de antissimetria $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$. Integrando-se em relação ao tempo os dois lados da equação B.5, resulta

$$\int_0^t \dot{q}^T(\tau) u(\tau) d\tau = H(T) - H(0) \geq H(0) \quad (\text{B.6})$$

sendo $H(T)$ função energia total não-negativa e passividade segue com $\beta = H(0)$.

Apêndice C

Dados do Experimento

Neste apêndice são apresentados alguns parâmetros envolvidos no experimento. Entre os parâmetros, estão as especificações dos motores descritos no cenário preparado para a execução dos experimentos apresentados neste trabalho. Esta bancada experimental está instalada no LAI (Laboratório de Automação Industrial) da UFSC. O experimento é apresentado através do diagrama de bloco (figura C.1). Este consiste dos seguintes itens:

- Unidade de Processamento
- Placa de Aquisição
- Motores
- Interface dos Motores
- Encoders Incrementais
- Interface dos Encoders



Figura C.1: Sistema Robótico - RoboFlex

Os itens apresentados serão descritos a seguir.

C.1 Placa de Aquisição

Para este experimento é utilizado uma placa de aquisição *PCL-812PG* do fabricante *Advantech Automation Corporation* ((Advantech Automation Corporation, 2006)). Para interface com os encoders são utilizadas as 16 entradas e 8 saídas digitais. Para a interface com o motor é utilizado 1 canal de entrada e dois canais de saída analógica. Os conversores analógicos digitais possuem uma resolução de 12 bits.

C.2 Motores

Os motores utilizados nos dois elos foram produzidos por INLAND. As características destes motores estão apresentados na tabela C.1.

C.2.2 Identificação dos Parâmetros

Entre os parâmetros principais dos motores está a constante de torque k_t . Para determinação deste parâmetro, recorre-se a referência Corke (1996). Este procedimento trata em considerar a constante de torque k_t igual a constante de força contra-eletromotriz k_e quando estas são expressas no SI (sistema internacional de medidas). Neste caso, ao invés de aplicar uma tensão nos terminais do motor e medir o torque no eixo, aplica-se um movimento no eixo do motor e mede-se a tensão presente entre seus terminais. Desta forma o motor passa a trabalhar como gerador. Fazendo-se a relação entre a velocidade e a tensão nos terminais do motor é obtida a constante de força contra-eletromotriz k_e .

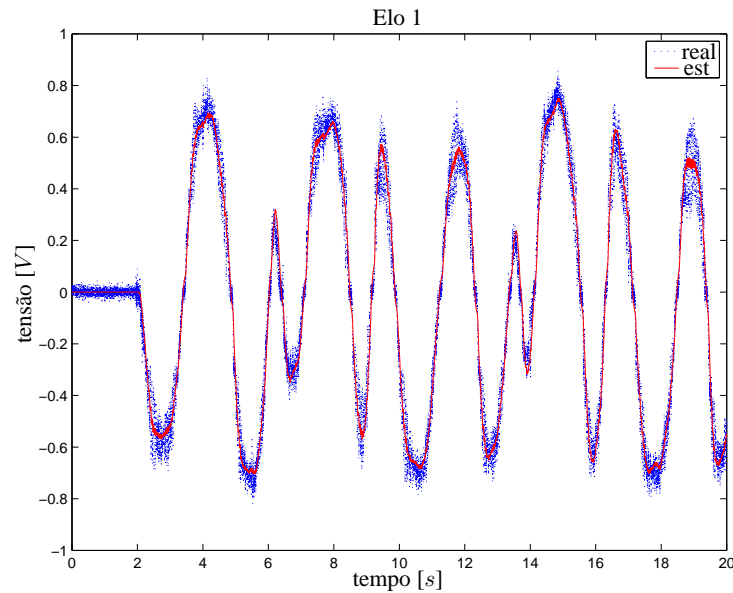


Figura C.3: Identificação do parâmetro K_t - Motor 1

Os resultados dos experimentos desenvolvidos são mostrados nas figuras C.3 e C.4, onde são apresentados os valores de tensões obtidos com um movimento aleatório dos elos. Em ambos os casos foram utilizados a função do software Matlab LSQCURFIT. E os parâmetros k_{t1} e k_{t2} identificados são mostrados na tabela C.2.

Tabela C.2: Parâmetros Nominiais dos Motores

Parâmetros	Valor
k_{t1}	0.067
k_{t2}	0.065

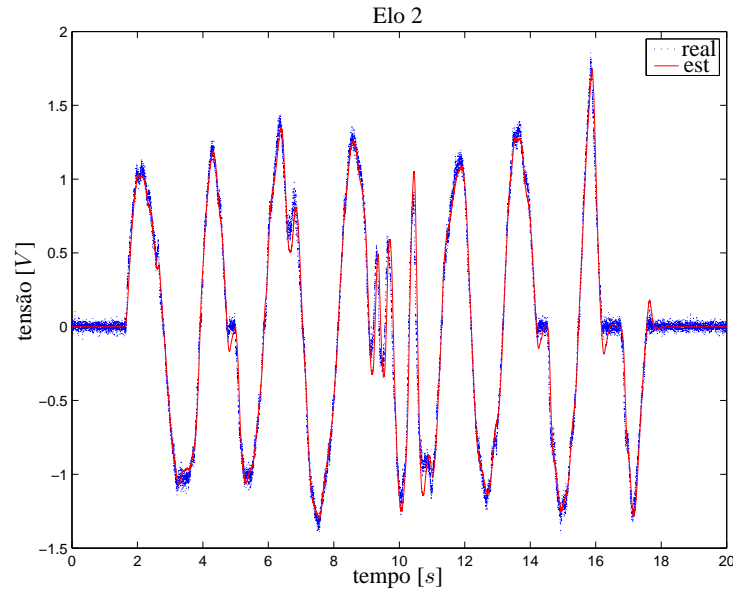
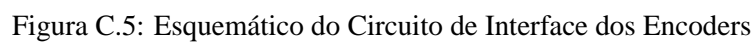


Figura C.4: Identificação do parâmetro K_t - Motor 2

C.3 Interface dos Encoders

Para a aquisição dos sinais dos encoders incrementais é necessária a utilização de decodificadores/contadores em quadratura para que os pulsos fornecidos pelos encoders sejam traduzidos em contagem e conseqüentemente em posição angular. Para tal foi implementada uma placa que recebe os sinais dos encoders e através de dois decodificadores/contadores HCTL-2032 do fabricante Agilent realiza as contagens e envia os dados para a placa de aquisição. O circuito desta placa está apresentado na figura C.5. Através das entradas e saídas digitais são gerados os sinais de comando para a aquisição das leituras.



Referências Bibliográficas

- Abouelsoud, A. (1998). Robust Regulator for Flexible-Joint Robots Using Integrator Backstepping. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 22, No. 1, pp. 23–38.
- Advantech Automation Corporation (2006). *PCL-812PG User's Manual*.
- Al-Bender, F., Lampaert, V., e Swevers, J. (2004a). A Novel Generic Model at Asperity Level for Dry Friction Force Dynamics. *Tribology Letters*, Vol. 16, No. 1, pp. 81–93.
- Al-Bender, F., Lampaert, V., e Swevers, J. (2004b). Modeling of dry sliding friction dynamics: From heuristic models to physically motivated models and back. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 14pp. 446.
- Al-Bender, F., Lampaert, V., e Swevers, J. (2005). The generalized Maxwell-slip model: a novel model for friction Simulation and compensation. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 50, No. 11, pp. 1883–1887.
- Albu-Schäffer, A. (2001). *Regelung von Robotern mit Elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme*. Dissertation, München - Deutschland.
- Albu-Schäffer, A. e Hirzinger, G. (2000). State feedback controller for flexible joint robots: A globally stable approach implemented on dlr's light-weight robots. *In Proceedings IROS Japan*, Vol. CD-ROM.
- Altpeter, F. (1999). *Friction Modeling, Identification and Compesation*. Tese de Doutorado, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, França.
- Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., e Canudas-De-Wit, C. (2003). A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of maschine with friction. *Automatica*, Vol. 47, No. 4, pp. 683–687.
- Asada, H. e Slotine, J. J. E. (1986). *Robot Analysis and Control*. Jonh Willey and Sons, New York.

- Battilotti, S. e Lanari, L. (1995). Global set point control via link position mensurament for flexible robots. *System and Control Letters*, Vol. 25pp. 21–29.
- Bellini, A., Bifaretti, S., e Costantini, S. (2003). A digital speed filter for motion control drives with a low resolution position encoder. *Automatika(Zagreb)*, Vol. 44, No. 1-2, pp. 67–74.
- Benallegue, A. (1995). Adaptive control for flexible-joint robots using a passive systems approach. *Control Engineering Practice*, Vol. 3, No. 10, pp. 1393–1400.
- Bliman, P. e Sorine, M. (1991). Friction modelling by hysteresis operators: applications to Dahl, stiction and Stribeck effects. *Proceedings of Conference on Models of Hysteresis, Pitman Research Notes in Mathematics*, Vol. .
- Brogliato, B., Ortega, R., e Lozano, R. (1995). Global tracking controllers for flexible-joint manipulators: a comparative study. *Automatica*, Vol. 31, No. 7, pp. 941–956.
- Bucher, R. e Balemi, S. (2005). Scilab/scicos and linux rtai - a unified approach. *IEEE Conference on Robotics and Automation*, Vol. pp. 1121–1126.
- Burton, T. D. (1994). *Introduction to Dynamics System Analysis*. McGraw-Hill, New York.
- Canudas-De-Wit, C., Astrom, K. J., e Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 419–425.
- Canudas De Wit, C., Bruno Sciliano, B., e Georges, B. (1996). *Theory of Robot Control*. Springer - Verlag London Limited.
- Canudas-De-Wit, C. e Lischinsky, P. (1997). Adaptive friction compensation with partially known dynamic model. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 11pp. 65–80.
- Casanova, C., Franco, U., de Pieri, E. R., e Castelan, E. (2006). Balanceamento de energia aplicado a robôs manipuladores com flexibilidade nas juntas. *Congresso Brasileiro de Automática*, Vol. XVI.
- Corke, P. (1996). In situ measurement of robot motor electrical constants.
- Dahl, P. R. (1968). *A Solid Friction Model*. The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, tech. rep. tor-0158(3107-18) edição.
- ElMaraghy, H., Lahdhiri, T., e Ciuca, F. (2002). Robust Linear Control of Flexible Joint Robot Systems. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 34, No. 4, pp. 335–356.

- Gomes, S. e Santos da Rosa, V. (2003). A new approach to compensate friction in robotic actuators. *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on*, Vol. 1pp. 622–627.
- Guenther, R. e Hsu, L. (1993). Variable struture adaptative cascade control of rigid-link electrically driven robot manipulators. *In Proceedings of the IEEE Conf. on Decision and Control*, Vol. CD-ROM.
- Guenther, R., Perondi, E., De Pieri, E. R., e Valdiero, A. C. (2006). Cascade controlled pneumatic positioning system with lugre model based friction compensation. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 28, No. 1, pp. 48–57.
- Hirzinger, G., Butterfass, J., Grebenstein, M., Schafer, I., Sporer, N., Fischer, M., Hong, L., Albuschaffer, A., Schedl, M., e Neumann, P. (2001). Space robotics-driver for a new mechatronic generation of flight-weight arms and multifingered hands. *Advanced Intelligent Mechatronics, 2001. Proceedings. 2001 IEEE/ASME International Conference on*, Vol. 2.
- Hornstein, A. (2005). *Dynamical Modeling with Application to Friction Phenomena*. Dissertation, Göttingen - Deutschland.
- Iurian, C., Ikhrouane, F., Rodellar, J., e R., G. (2005). *Identification of a system with dry friction*. Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials, tech. rep. ioc-dt-p-2005-20 edição.
- Jeon, S. e Tomizuka, M. (2005). Limit cycles due to friction forces in flexible joint mechanisms. *Advanced Intelligent Mechatronics. Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on*, Vol. pp. 723–728.
- Jong, H. O. e Lee, J. S. (1997). Control of flexible joint robot system by backstepping design approach. *Robotics and Automation, 1997. Proceedings., 1997 IEEE International Conference on*, Vol. 4.
- Kermani, M., Patel, R., e Moallem, M. (2005). Friction identification in robotic manipulators: Case studies. *IEEE Conference on Robotics and Automation*, Vol. pp. 1170–1175.
- Kokotovic, P. (1991). Joy of feedback: non linear and adaptive. *In Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. December.
- Lampaert, V., Al-Bender, F., e Swevers, J. (2003). A generalized Maxwell-slip friction model appropriate for control purposes. *Physics and Control, 2003. Proceedings. 2003 International Conference*, Vol. 4.

- Lampaert, V., Swevers, J., e Al-Bender, F. (2002a). Experimental comparison of different friction models for accurate low-velocity tracking. *Proceedings of 10th Mediterranean Conference On Control And Automation (Lisbon, Portugal)*, Vol. .
- Lampaert, V., Swevers, J., e Al-Bender, F. (2002b). Modification of the Leuven integrated friction model structure. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 47, No. 4, pp. 683–687.
- Lewis, F. e Dawson, A. D. M. (1993). *Control of Robot Manipulators*. McMillan Publishing Company, New York.
- Lischinsky, P., Canudas-De-Wit, C., e Morel, G. (1999). Friction compensation for an industrial hydraulic robot. *IEEE Control Systems*, Vol. Feb, pp. 25–32.
- Lozano, R., Valera, A., Albertos, P., Arimoto, S., e Nakayama, T. (1999). Pd control of robot manipulators with joint flexibility, actuators dynamics and friction. *Automatica*, Vol. July, No. 35, pp. 1697–1700.
- Mayergoyz, I. (1991). *Mathematical Models of Hysteresis*. Springer-Verlag, New York.
- Nikoukhah, R. and Steer, S. (1998). *SCICOS - A Dynamic System Builder and Simulator User's Guide*.
- Nilkhamhang, I. e Sano, A. (2006). Adaptive compensation of a linearly-parameterized gms friction model with parameter projection. *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, Vol. pp. 6271–6276.
- Olsson, H., Aström, K., Canudas de Wit, C., M., G., e P., L. (1998). Friction models and friction compensation. *European Journal Control*, Vol. 4, No. 3, pp. 176–195.
- Racciu, G. (2006). *RTAI 3.4 User Manual rev 0.3*.
- Ramirez, A. R. G. (2003). *Controle de Posição de Robôs Manipuladores com transmissões flexíveis considerando a compensação de atrito*. Tese de Doutorado, PPGEEL/UFSC, Brasil.
- Readman, M. (1994). *Flexible Joint Robots*. CRC Press, Florida.
- Rizos, D. e Fassois, S. (2004). Presliding friction identification based upon the maxwell slip model structure. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 14, No. 2, pp. 431–445.
- Sciavicco, L. e Siciliano, B. (1996). *Modeling and Control of Robot Manipulators*. Electrical and Computer Engineering. McGraw-Hill.

- Sepulchre, M. e Kokotovic, P. (1997). *Constructive Nonlinear Control*. Springer.
- Slotine, J. J. E. e Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall International.
- Spong, M. (1987a). Modelling and control of elastic joint robots. *ASME, Journal of Dyn. Syst. Meas. and Control*, Vol. 109pp. 310–319.
- Spong, M. (1996). Motion control of robot manipulators. *Handbook of Control*, Vol. pp. 1339–1350.
- Spong, M. W. (1987b). Modelling and control of elastics joint robots. *ASME, Journal of Dynamics System Measurement and Control*, Vol. 109pp. 310–319.
- Spong, M. W. (1990). *Control of Flexible Joint Robots: A survey*. Coordinated Science Laboratory UIU=ENG-90-2203.
- Spong, M. W. e Vidyasagar, M. (1989). *Robot Dynamics and Control*. Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- Swevers, J., Al-Bender, F., Ganseman, C., e Projogo, T. (2000). An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 4, pp. 675–686.
- Tjahjowidodo, T., Al-Bender, F., e van Brussel, H. (2005). Friction identification and compensation in a dc motor. *16th IFAC World Congress, Prague*, Vol. .
- Tomei, P. (1991). A simple pd controller for robots with elastic joint. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 36pp. 1208–1213.
- Vargas, F. J. T. (2005). *Análise e Síntese de Controladores de Força-Posição de Robôs Manipuladores: Aspectos Teóricos e Experimentais*. Tese de Doutorado, PPGEEL/UFSC, Brasil.
- Wang, Z. e Khorrami, F. (2000). Robust trajectory tracking for manipulators with joint flexibility via backstepping. *In Proceedings of the American Control Conference*, Vol. Junepp. 2849–2853.